

**Aufgabe 10.1**

a) Für  $E > \mu$  divergiert die e-Funktion und die Verteilungsfunktion wird null. Für  $E \leq \mu$  wird die e-Funktion null und die Verteilungsfunktion eins. Somit gilt:  $f(E, \infty) = \Theta(-(E - \mu))$ , wobei  $\Theta$  die Heavyside Funktion ist.

Entsprechend sind bei  $T = 0$  alle Energieniveaus unterhalb  $\mu$  voll besetzt, alle oberhalb unbesetzt.

b) Für  $X := \frac{k_B T}{E - \mu} \ll 1$  gilt  $\exp 1/X \approx \exp 1/X + 1$ , so folgt  $f(E, T) \approx \exp X$

c)  $\left(\frac{\partial f}{\partial E}\right)_T = -\frac{e^{\frac{E-\mu}{k_B T}}}{\left(1 + e^{\frac{E-\mu}{k_B T}}\right)^2 k_B T} \stackrel{E=\mu}{=} -\frac{1}{4k_B T}$ . Somit ist die Steigung für  $T = 0$  divergent.

d)  $f(\mu - \Delta E, T) + f(\mu + \Delta E, T) = \frac{1}{\exp \frac{-\Delta E}{k_B T} + 1} + \frac{1}{\exp \frac{\Delta E}{k_B T} + 1} = \frac{2 + \exp \frac{\Delta E}{k_B T} + \exp \frac{-\Delta E}{k_B T}}{2 + \exp \frac{\Delta E}{k_B T} + \exp \frac{-\Delta E}{k_B T}} = 1$

e)  $f_n = \frac{1}{\exp n + 1}$ . Somit folgt:  $f_{-3} = 0.952574, f_{-2} = 0.880797, f_{-1} = 0.731059, f_1 = 0.268941, f_2 = 0.119203, f_3 = 0.0474259$

f) In einer kubischen fcc Zelle befinden sich 4 Atome mit demzufolge  $n = 4$  Elektronen in einem Volumen von  $V = a_{\text{kub}}^3$ . Es folgen:

$$n_e = \frac{n}{V} = 0.0846922 \text{ \AA}^{-3}, \quad k_F = (3\pi^2 n)^{2/3} = 1.84576 \text{ \AA}^{-2}, \quad E_F = \frac{\hbar^2}{2m} k_F^2 = 7.03233 \text{ eV}, \quad (1)$$

$$T_F = \frac{E_F}{k_B} = 81606.7 \text{ K}, \quad v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m_e}} = 1.57281 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (2)$$

g)

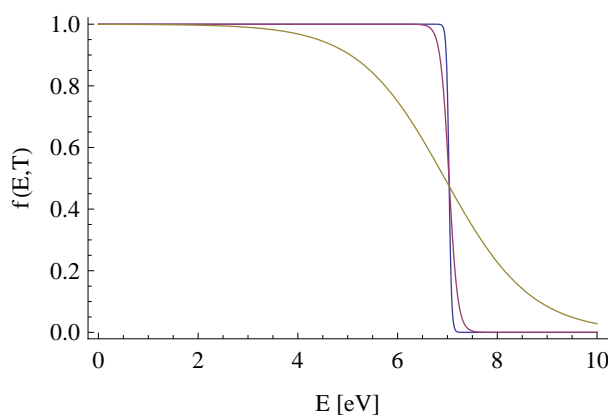


ABBILDUNG 1: Die Verteilungsfunktion  $f(E, T)$  für  $T = 300 \text{ K}$  (blau),  $T = 1000 \text{ K}$  (rot) und  $T = 10\,000 \text{ K}$  (gelb)

**Aufgabe 10.2**

Formeln wie oben:

$$n_e = \frac{\rho}{m_{\text{He}}} = \frac{0.081 \cdot 10^{30}}{3.0160293 \cdot 1.660538921 \text{ m}^3} = 0.0161734 \text{ \AA}^{-3}, \quad (3)$$

$$k_F = 0.612089 \text{ \AA}^{-2}, \quad E_F = 424.171 \text{ \mu eV}, \quad T_F = 4.9223 \text{ K}, \quad v_F = 164.74 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad (4)$$

$$p = mv = 8.25056 \cdot 10^{-25} \text{ Ns}, \quad \kappa_T = \frac{1}{p} = 1.63463 \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{Ns}} \quad (5)$$