

Aufgabe 1

a)

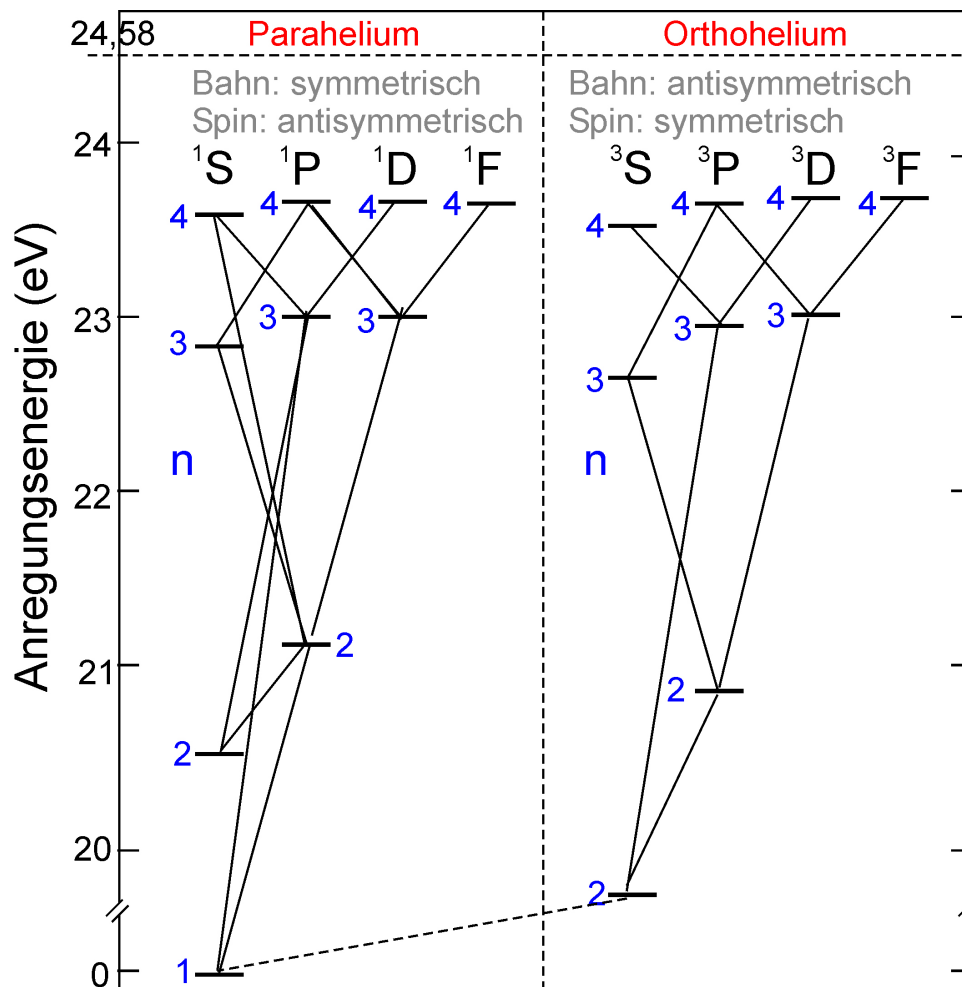


Abbildung 1: Termschema des Heliums, ein Elektron sitzt im 1S-Niveau, das Niveau des jeweils anderen ist angegeben. Schema von¹

b)

Wegen $\Delta S = 0$ sind Übergänge zwischen dem Parahelium und dem Orthohelium verboten. Außerdem liegen Triplets niedriger als Singulets (siehe Skript), was zur Folge hat, dass die Zustände des Orthoheliums entsprechend unter denen des Paraheliums liegen.

Aufgabe 2

a)

Grundzustand:

Si: 3^3P_2

S: 3^3P_2

V: $3^4D_{7/2}$

¹http://www.ipf.uni-stuttgart.de/lehre/online-skript/f40_03.html

b)

Ein Elektron mit $n_1 = 3, l_1 = 1$, das andere mit $n_2 = 3, l_2 = 2$.

LS-Kopplung Es ergibt sich eine Energieverschiebung von

$$\Delta E = C \vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{C}{2} [J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)]$$

Die Summe der Spins $S = \sum_i s_i$ kann bei $i = 2$ $\{0, 1\}$ ergeben. L ergibt sich zu $\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i \rightarrow L \in \{|l_1 - l_2|, \dots, l_1 + l_2\} = \{1, 2, 3\}$. $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, man erhält für $J: J \in \{|L - S|, \dots, L + S\}$. Man bekommt somit für $S = 0: J \in \{1, 2, 3\}$, für $S = 1: J \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Jeder entstehende Zustand J ist dabei $(2J + 1)$ -fach entartet. Wie man anhand der letzten Spalte erkennen kann, ist der 3^3F_2 -Zustand am

Tabelle 1: Auflistung der möglichen Zustände für die LS-Kopplung

S	L	J	$\#m_j = (2J + 1)$	$J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)$
0	1	1	3	0
0	2	2	5	0
0	3	3	7	0
1	1	0	1	-4
1	1	1	3	-2
1	1	2	5	2
1	2	1	3	-6
1	2	2	5	-2
1	2	3	7	4
1	3	2	5	-8
1	3	3	7	-2
1	3	4	9	6
Σ			60	

stärksten gebunden.

jj-Kopplung Der Gesamtdrehimpuls eines einzelnen Elektrons \vec{j}_i kann Werte im Bereich $\{|l_i - s_i|, \dots, l_i + s_i\}$ annehmen. Es ergibt sich somit der Gesamtdrehimpuls $\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$, welcher Werte im Bereich $\{|j_1 - j_2|, \dots, j_1 + j_2\}$ annehmen kann. Jeder entstehende Zustand J ist dabei $(2J + 1)$ -fach entartet. Wie man sieht, ist in beiden Zahlen die Anzahl der Möglichkeiten 60, und der maximale Drehimpulswert $J = 4$.

Tabelle 2: Auflistung der möglichen jj-Kopplungen

j_1	j_2	J	$\#m_j = (2J + 1)$
1/2	3/2	1	3
1/2	3/2	2	5
1/2	5/2	2	5
1/2	5/2	3	7
3/2	3/2	0	1
3/2	3/2	1	3
3/2	3/2	2	5
3/2	3/2	3	7
3/2	5/2	1	3
3/2	5/2	2	5
3/2	5/2	3	7
3/2	5/2	4	9
Σ			60

Aufgabe 3

a)

Für $B_j \approx B_L$ ist $E_{HFS}/E_{FS} \approx \mu_K/\mu_B$, denn $\mu_I = g_I \sqrt{I(I+1)} \mu_K \approx \mu_K$, und $\mu_L \approx \mu_B$ entsprechend ist sie um drei Größenordnungen kleiner ($\mu_B = 1836 \mu_K$).

b)

$$E_{F+1} - E_F = \frac{A}{2} [(F+1)(F+2) - F(F+1)] = \frac{A}{2} (F+1)(F+2-F) = A(F+1)$$

c)

Es folgt für die Differenz zwischen den Energieniveaus:

$$0.0292603 \text{ meV}, 0.0386831 \text{ meV}, 0.0484778 \text{ meV}, 0.0583966 \text{ meV}, 0.0683153 \text{ meV}$$

c)

Anhand der in *b)* gezeigten Beziehung kann man aus den Ergebnissen von *c)* den jeweiligen Parameter F und A bestimmen. Beispiel:

$$\frac{E_{F+2} - E_{F+1}}{E_{F+1} - E_F} = \frac{F+2}{F+1} = \frac{0.0386831 \text{ meV}}{0.0292603 \text{ meV}} \approx \frac{4}{3}$$

Man erhält somit als Startwert für F 2, und als Endwert 7.

d)

Entsprechend erhält man für A :

$$A = \frac{E_{F+1} - E_F}{F+1} = \frac{0.0292603 \text{ meV}}{3} = 0.00975342 \text{ meV}$$

Da $F_{\max} = 7 = |I| + |J| = \frac{5}{2} + |I| \rightarrow I = \frac{9}{2}$

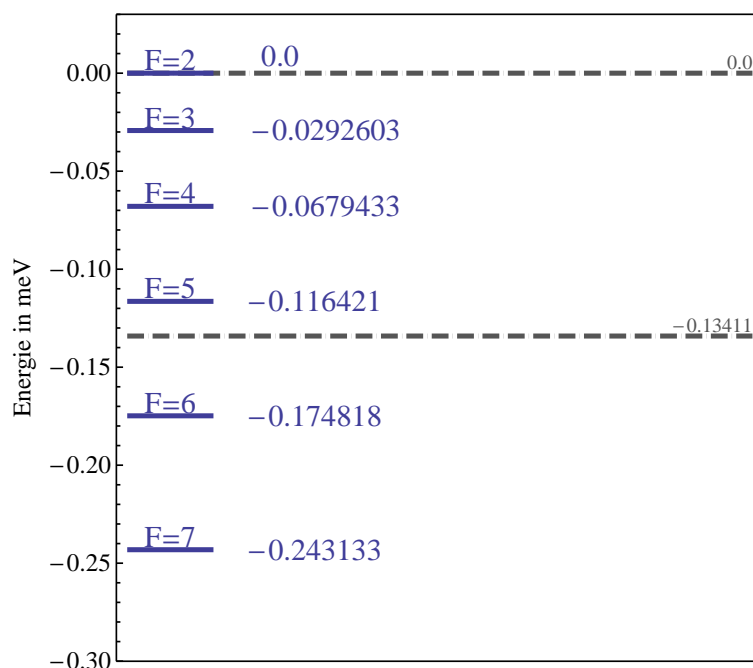


Abbildung 2: Aufspaltung der Niveaus relativ zum höchsten Niveau, inklusive unaufgespaltenem Niveau zwischen $F = 5$ und $F = 6$

e)

Entsprechend der gegebenen Formel lässt sich auf den unaufgespaltenen Zustand schließen, dabei ist es egal, von welchem aufgespaltenem Zustand man ausgeht.

$$E_{n,l,m} = E_{F=2} - \frac{A}{2} [F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)] = -\frac{0.00975342 \text{ meV}}{2} [6 - 8.75 - 24.75] = -0.13411 \text{ meV}$$

Der nicht aufgespaltene Zustand liegt somit zwischen dem Zustand mit $F = 5$ und $F = 6$.