Aufgabe 13.1

a) Es folgt $E_{\text{kin}} \propto k^2$, k ist die Länge des Vektors im reziproken Raum. Da ein quadratisches Gitter im Realraum wieder ein quadratisches Gitter im reziproken Raum gibt, hat das Elektron in der Ecke einen um den Faktor $\sqrt{2}$ größeren Abstand zur Seitenfläche. Daraus folgt das gegebene.

b) Die Raumdiagonale ergibt einen Faktor $\sqrt{3}$, entsprechend ist die kinetische Energie 3-mal so groß.

c)

Aufgabe 13.2

Betrachten Gittervektoren: $A = \frac{a}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und das damit verbundene reziproke Gitter:

$B = \frac{2\pi}{a}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Der allgemeine reziproke Gittervektor hat die Form: $G_{hkl} = \frac{2\pi}{a}\begin{pmatrix} h+k-l \\ -h+k+l \\ h-k+l \end{pmatrix}$.

Die möglichen k-Vektoren kann man parametrisieren durch: $\mathbf{k} = \frac{\pi}{a} \cdot n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $n \in \{0, 1\}$. Für die Energie folgt:

$$E_{hkl} = \frac{\hbar^2}{2m}(\mathbf{k} + \mathbf{G})^2 \tag{1}$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 \left[(n' + h + k - l)^2 + (n' - h + k + l)^2 + (x + h - k + l)^2\right],\ n' = \frac{1}{2}n \tag{2}$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 \left[3n'^2 + 2n'(h + k + l) + 3(h^2 + k^2 + l^2 - 2n'(hk + hl + kl)\right] \tag{3}$$