

Im folgenden gilt: $c = 1$

Aufgabe H5

Löse zeitunabhängige Schrödingergleichung:

$$\hat{H}\psi = \left(\frac{p^2}{2\mu} + V \right) \psi = E\psi, \quad \mu = \frac{m_e M}{m_e + M} \quad (1)$$

Wobei μ die reduzierte Masse ist, dabei ist m_e die Masse des Elektron und M die Masse des anderen beteiligten Teilchens.

Die Eigenwerte der Lösungen des Wasserstoffatoms sind im allgemeinen (ohne reduzierte Masse):

$$E_n^H = -\frac{e^4 m_e}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2} \quad (2)$$

Damit ergeben sich die Energieeigenwerte des Positroniums und des Muoniums, indem man die Elektronenmasse durch die reduzierte Masse ersetzt:

$$\text{Positronium:} \quad \mu = \frac{1}{2} m_e, \quad \text{Muonium:} \quad \mu \approx 1.005 m_e \quad (3)$$

$$\Rightarrow E_n = \frac{1}{2} E_n^H, \quad E_n \approx 1.005 E_n^H \quad (4)$$

Aufgabe H6

Bei einem Zerfall gilt Spinerhaltung. Ein Positronium hat als mögliche Gesamtspinzustände 0 und 1, wobei 0 der energetisch günstigere ist. Dieser kann nur in eine gerade Anzahl an Photonen (z.B. 2) zerfallen, der andere muss in eine ungerade Anzahl (mindestens 3) zerfallen. Da höhere Anzahlen an Photonen unwahrscheinlicher sind, beobachtet man eher einen Zerfall in zwei Photonen.