Übungen zur Vorlesung

"Wahrscheinlichkeitstheorie"

WS 2008/2009

9. Serie

1. Es sei φ die charakteristische Funktion einer Verteilung μ auf $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ bzw. einer zufälligen Größe X auf $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Sind dann die folgenden Funktionen ebenfalls charakteristische Funktionen? Wenn ja, welchen Verteilungsgesetzen entsprechen sie? 10 P

   (a) $\bar{\varphi}$ (die zu φ konjugiert komplexe Funktion),

   (b) Re φ (Realteil von φ),

   (c) Im φ (Imaginärteil von φ),

   (d) φ^2,

   (e) $|\varphi|^2$.

2. Es sei X eine ganzzahlige zufällige Größe und φ_X ihre charakteristische Funktion. Man zeige: 4 P

$$P(\{X = k\}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-ikt} \varphi_X(t) dt$$

   für alle $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$.

3. Mit Hilfe der Methode der charakteristischen Funktionen berechne man, soweit möglich, die Momente EX^n bzw. die zentrierten Momente $E(X - EX)^n$ einer zufälligen Größe X mit folgenden Verteilungen: 18 P

   (a) Standard-Normalverteilung,

   (b) Exponentialverteilung,

   (c) χ^2-Verteilung,

   (d) Gamma-Verteilung,

   (e) Erlang-Verteilung,

   (f) Poisson-Verteilung.

Abgabe: Freitag, 9. Januar 2009, zur Übungszeit

*) 16 Punkte entsprechen 100%