

Übungen zur Theoretischen Mechanik – SS 2007

Blatt 8 – Abgabetermin 15.6.07

Thema: N-Körperproblem und Erhaltungssätze II

Aufg. 1

- (a) Beweisen Sie mit Hilfe des Virialsatzes, daß für Bewegungen beim gravitativen N-Körperproblem nach Newton für Massenpunkte die stets im Endlichen bleiben die Gesamtenergie negativ sein muß.
- (b) Zeigen Sie, daß beim gravitativen N-Körperproblem nach Newton mit positiver Gesamtenergie mindestens einer der beteiligten Planeten (Massenpunkte) ins räumlich Unendliche geschleudert wird.
(Führen Sie dazu einen separaten Beweis!)

Aufg. 2: Eingeschränktes Dreikörperproblem

Betrachten Sie drei gravitativ miteinander wechselwirkende Himmelskörper mit den Massen m_1, m_2, m_3 . Die Massen seien als Punktmassen anzusehen.

- (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die Massenpunkte auf!
- (b) Nehmen Sie nun an, alle drei Massenpunkte bewegen sich für alle Zeiten in einer festen Ebene um den gemeinsamen Schwerpunkt. Bestimmen Sie die Rotationsgeschwindigkeit ω für den Fall, daß die Massen die Eckpunkte eines gleichseitigen Dreiecks bilden (d.h. alle Massen sollen den gleichen Abstand voneinander haben).

Hinweis: Rechnen Sie im Schwerpunktsystem!

- (c) Es sei nun $m_3 \ll m_1, m_2$, und die Abstände der Massen wieder beliebig (m_3 sei Testkörper im Feld von m_1 und m_2). Stellen Sie für diesen Fall die Bewegungsgleichungen für m_1 und m_2 auf.

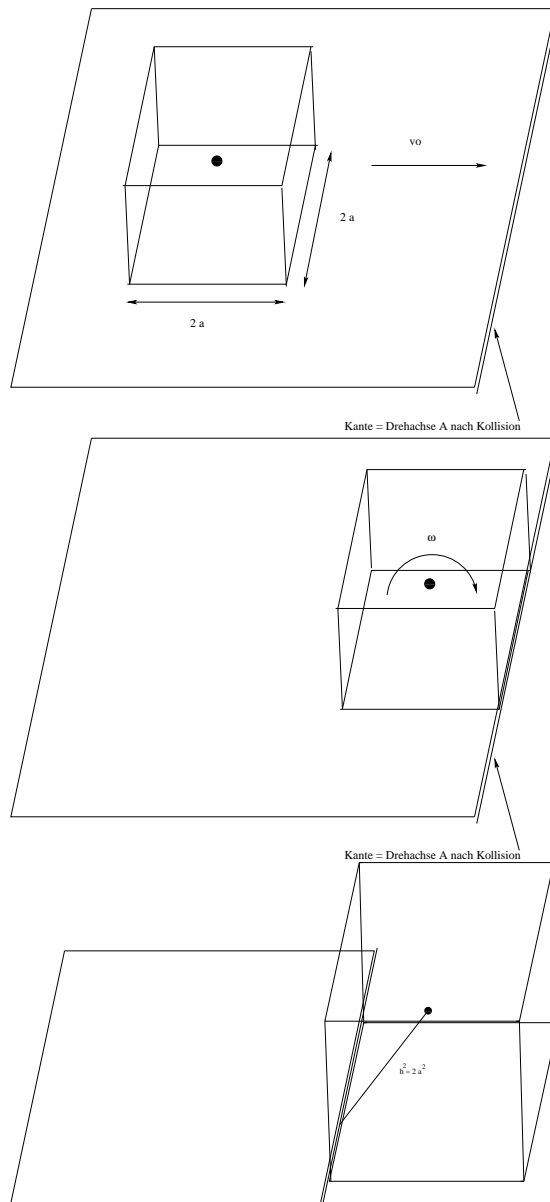
Mit welcher Winkelgeschwindigkeit umkreisen m_1 und m_2 den gemeinsamen Schwerpunkt?

- (d) Stellen Sie nun die Bewegungsgleichung für m_3 im *mitrotierenden* Bezugssystem auf.

Bestimmen Sie das effektive Potential für m_3 , d.h. das Potential im rotierenden System.

Aufg. 3: “Würfelmechanik”

Ein Würfel mit der Seitenlänge $2a$ und der Masse m rutscht reibungsfrei mit konstanter Geschwindigkeit v_0 auf einer Platte. Am Ende der Platte stößt er auf eine infinitesimal-hohe Kante und kippt über die Kante – siehe Abbildung.



Hinweis: Die Rotationsenergie ist gegeben durch $T_{rot} = \frac{\Theta_A}{2} \omega^2$.

Bestimmen Sie die Minimalgeschwindigkeit $v_0(a)$, die den Würfel in die Lage versetzt, über die Kante zu kippen.