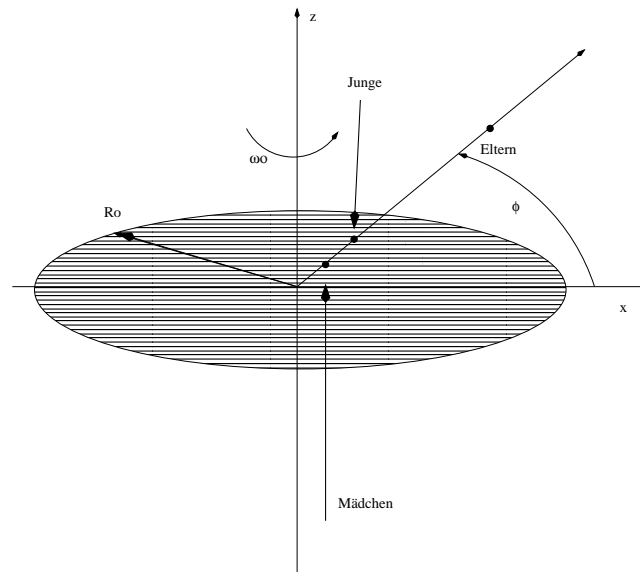


# Übungen zur Theoretischen Mechanik – SS 2007

Blatt 3 – Abgabetermin 11.5.07

## (4) Karussell

Ein Karussell (Radius der Karussellfläche  $R_0$ ) rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  um die  $z$ -Achse. Ein Mädchen mit Ball (idealisiert als Massenpunkt) sitzt im Karussellsystem an der Stelle  $\rho' = \rho'_{01}$ ,  $\varphi' = 0$ ,  $z' = 0$ , sein Bruder an der Stelle  $\rho' = \rho'_{02}$ ,  $\varphi' = 0$ ,  $z' = 0$ . Die Eltern stehen vor dem Karussell and der Stelle  $\rho = 2R_{02}$ ,  $\varphi = 0$ ,  $z = 0$  (Inertialsystem) – siehe Abbildung.



Zur Zeit  $t = 0$  läßt das Mädchen den Ball los, es sei dann gerade  $\varphi'(t = 0) = \varphi(t = 0)$ .

- Stellen sie die Bewegungsgleichung des Balles in Zylinderkoordinaten in beiden Systemen auf und lösen Sie diese, d.h. bestimmen Sie  $\rho' = \rho'(t)$ ,  $\varphi' = \varphi'(t)$ ;  $\rho = \rho(t)$ ,  $\varphi = \varphi(t)$ .
- Bestimmen Sie die *Bahngleichung* des Balles in beiden Systemen, d.h.  $\rho' = \rho'(\varphi')$ ,  $\rho = \rho(\varphi)$ .

- Zur Zeit  $t = 0$  wirft der Bruder seinen Ball mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}'_0(t = 0)$  fort ( $\dot{z}' = \ddot{z}' = z' = 0$ ).

Wie muß er  $\vec{v}'_0(t = 0)$  wählen, damit der Ball (a) bei seiner Schwester landet, (b) bei seinen Eltern landet?

**Hinweise:**

- Multiplizieren Sie die Bewegungsgleichung 2. Ordnung für  $\varphi'$  bzw.  $\varphi$  mit  $\rho'$  bzw.  $\rho$  und erzeugen Sie so eine Differentialgleichung erster Ordnung. Eliminieren Sie  $\dot{\varphi}'$  bzw.  $\dot{\varphi}$  in der Differentialgleichung 2. Ordnung für  $\rho'$  bzw.  $\rho$ .
- Autonome Differentialgleichungen, wie etwa  $\ddot{\rho} = f(\rho)$ , kann man durch den Ansatz  $\dot{\rho} = p(\rho)$  in Differentialgleichungen 1. Ordnung verwandeln ( $\ddot{\rho} = \frac{dp}{d\rho} \dot{\rho} = \frac{dp}{d\rho} p$ ).
- Es gelte für die Bälle  $z' = z = 0 \forall t$ .