

Stochastische Prozesse

FSU Jena - SS 2009

Übungsserie 01 - Lösungen

Stilianos Louca

17. April 2009

Aufgabe 01

Betrachten die reellwertigen stochastischen Prozesse $(X_t)_{0 \leq t \leq 1}, (\tilde{X}_t)_{0 \leq t \leq 1}$ auf $([0, 1], \mathcal{B}([0, 1]), \lambda)$, definiert durch

$$\tilde{X} \equiv 0, \quad X_t(\omega) := \begin{cases} n & : \omega t = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

Dann sind alle Pfade $X(\omega)$, $\omega > 0$ unbeschränkt, alle Pfade $\tilde{X}(\omega)$ beschränkt. Andererseits ist

$$\lambda_{t_1, \dots, t_n}^X(B_1 \times \dots \times B_n) = \lambda\left(\bigcap_{i=1}^n \{\omega \in [0, 1] : X_{t_i}(\omega) \in B_i\}\right) = \begin{cases} 1 & : 0 \in B_i \forall i \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} = \lambda_{t_1, \dots, t_n}^{\tilde{X}}(B_1 \times \dots \times B_n)$$

für $B_i \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$. Da $\lambda_{t_1, \dots, t_n}^X, \lambda_{t_1, \dots, t_n}^{\tilde{X}}$ eindeutig durch die Werte auf Rechtecken $B_1 \times \dots \times B_n$ bestimmt sind, ist $X \cong \tilde{X}$.