

Wahrscheinlichkeitstheorie für Physiker

FSU Jena - WS 2007/2008

Übungsserie 13

Dr. W. Nagel

Aufgabe 01

Beim Wurf einer Münze erscheine die Zahl Null mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ und die Zahl 1 mit Wahrscheinlichkeit p , wobei $0 < p < 1$ gelte. Die Münze wird zweimal geworfen. Die Zufallsgröße X sei die Summe der beobachteten Zahlen, und die Zufallsgröße Y sei das Minimum.

Berechnen Sie das gemeinsame Verteilungsgesetz von (X, Y) , die Randverteilungen und die Kovarianz von X und Y . Stellen Sie fest, ob X und Y unabhängig sind.

Aufgabe 02

Die Zufallsgröße X sei standard-normalverteilt.

- Sind X und $|X|$ unabhängig?
- Berechnen Sie $\text{cov}(X, |X|)$.
- Zeigen Sie, dass $|X|$ und $\text{sgn}(X)$ unabhängig sind. Dabei ist $\text{sgn} : \mathbb{R} \rightarrow \{-1, 1\}$ mit

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & : x \geq 0 \\ -1 & : x < 0 \end{cases}$$

Aufgabe 03

Ein Stab der Länge 1 werde an zwei Stellen zerbrochen. Dabei seien die Koordinaten der Bruchstellen unabhängig voneinander und jeweils gleichverteilt auf dem Intervall $(0, 1)$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass aus den drei Bruchstücken ein Dreieck zusammengelegt werden kann?