Wahrscheinlichkeitstheorie für Physiker

FSU Jena - WS 2007/2008

Übungsserie 12

Dr. W. Nagel

Aufgabe 01

Es seien X eine Zufallsgröße und $k \in \mathbb{N}$ mit $\mathbb{E}\,|X|^k < \infty$. Zeigen Sie (für die beiden Fälle, dass X diskret oder stetig ist) dass dann $\mathbb{E}\,|X|^l < \infty$ für alle $l \in \mathbb{N},\ l < k$

Aufgabe 02

Berechnen Sie die Varianzen, sofern diese Existieren, für die Zufallsgrößen aus Aufgabe 2 der 11. Serie.

Aufgabe 03

Es seien $X_1, .., X_n$ i.i.d. Zufallsgrößen, deren Varianzen existieren und endlich sind.

a) Drücken Sie den Erwartungswert und Varianz des arithmetischen Mittels $\overline{X} := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$ durch die entsprechenden Parameter von X_1 aus.

b) Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße

$$\overline{\sigma}^2 := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

Aufgabe 04

Zeigen Sie: Wenn für eine Zufallsgröße X die Varianz existiert, dann gilt für alle reellen Zahlen $c \neq \mathbb{E}X$ die Ungleichung $\operatorname{var} X < \mathbb{E}(X-c)^2$