

Wahrscheinlichkeitstheorie für Physiker

FSU Jena - WS 2007/2008

Übungsserie 10

Dr. W. Nagel

Aufgabe 01

Die Zufallsgrößen X_1, \dots, X_n seien unabhängig und identisch standardnormalverteilt.

- Bestimmen Sie eine Verteilungsdichte der Zufallsgröße X_1^2 . Zu welcher Familie von Verteilungen gehört die Verteilung von X_1^2 ?
- Bestimmen Sie eine Verteilungsdichte der Zufallsgröße $S^2 := \sum_{i=1}^n X_i^2$
(Das Verteilungsgesetz dieser Summe von Quadraten heißt Chi-Quadrat-Verteilung mit n Freiheitsgraden.)
- Bestimmen Sie eine Verteilungsdichte der Zufallsgröße $\sqrt{S^2}$
(Für $n = 3$ wird das Verteilungsgesetz dieser Zufallsgröße als Maxwell-Verteilung bezeichnet.)

Aufgabe 02

Es sei X_1, X_2, \dots eine Folge unabhängiger und identisch exponentialverteilter Zufallsgrößen. Der Parameter der Exponentialverteilung sei λ . Für natürliche Zahlen n sei $S_n := \sum_{i=1}^n X_i$. Weiterhin seien $b \in (0, \infty)$ fest gewählt und

$$Z = \max\{n \in \mathbb{N} : S_n < b\}$$

Dabei wird $Z = 0$ gesetzt, falls $X_1 \geq b$. Bestimmen Sie das Verteilungsgesetz der Zufallsgröße Z .

Aufgabe 03

Die Zufallsgrößen X_1, X_2 seien unabhängig und identisch gleichverteilt auf dem Intervall $(0, 1)$. Berechnen Sie Verteilungsdichten der Zufallsgrößen $X_1 + X_2$ und $X_1 - X_2$.