Wahrscheinlichkeitstheorie für Physiker

FSU Jena - WS 2007/2008

Übungsseserie 07

Dr. W. Nagel

Aufgabe 01

Es seien $X_1, X_2, .., X_n$ unabhängige und identisch verteilte Zufallsgrößen. Jede von ihnen habe die Verteilungsfunktion F.

a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktionen der Zufallsgrößen $\min\{X_1, .., X_n\}$ und $\max\{X_1, .., X_n\}$.

b) Bestimmen Sie die Verteilungsdichte von Minimum und Maximum für den Fall, dass die Zufallsgrößen auf dem Intervall $(0, 1)$ gleichverteilt sind.

c) Bestimmen Sie die Verteilung des Minimums für den Fall, dass die Zufallsgrößen exponentialverteilt sind.

Aufgabe 02

Die Zufallsgröße X sei normalverteilt mit dem Mittelwert μ und der Varianz σ^2. Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

a) $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)$

b) $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma)$

c) $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma)$

Aufgabe 03

Es sei X eine normalverteilte Zufallsgröße mit dem Erwartungswert $\mu = 3$ und der Varianz $\sigma^2 = 4$. Bestimmen Sie mit Hilfe einer Tabelle

a) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass X im Intervall $(-1, 2)$ liegt.

b) ein Intervall endlicher Länge, in dem X mit Wahrscheinlichkeit 0.95 liegt.

c) die Zahl c, für die gilt, dass X mit Wahrscheinlichkeit 0.8 in (c, ∞) liegt.

d) Geben Sie mit Hilfe der Verteilungsfunktion Φ der Standardnormalverteilung eine Formel für den Wert a an, für den gilt, dass

$$P(\mu - a\sigma < X < \mu + a\sigma) = 1 - \alpha \ , \ \alpha \in (0, 1)$$

Welcher Wert a ergibt sich für $\alpha = 0.05$?