Wahrscheinlichkeitstheorie für Physiker

FSU Jena - WS 2007/2008

Übungsserie 04

Dr. W. Nagel

Aufgabe 01

Beweisen Sie Satz 1.3 (c) der Vorlesung.

Aufgabe 02

a) Konstruieren Sie einen Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ und Ereignisse $A, B, C \in \mathcal{U}$ mit $B \cap C \neq 0$, so dass A und B unabhängig, A und $B \cup C$ aber nicht unabhängig sind.

b) Gegeben seien ein Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ und Ereignisse A, B, C mit $C \subset B$. Man zeige: Wenn sowohl A und B als auch A und C unabhängig sind, dann sind auch A und $B \setminus C$ unabhängig.

c) Konstruieren Sie einen W-Raum und drei Ereignisse, die paarweise unabhängig, aber nicht vollständig unabhängig sind.

Aufgabe 03

Gegeben seien nichtleere Mengen Ω, Ω' und eine Abbildung $g : \Omega \to \Omega'$. Dazu wird die Urbildfunktion $g^{-1} : \mathcal{P}(\Omega') \to \mathcal{P}(\Omega)$ definiert durch

$$g^{-1}(A) = \{\omega \in \Omega : g(\omega) \in A\} \ , \ A \subset \Omega'$$

Für eine Indexmenge I seien $A_i \subset \Omega'$, $i \in I$. Zeigen Sie dass für die Urbilder gilt:

$$g^{-1}\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \bigcup_{i \in I} g^{-1}(A_i)$$

$$g^{-1}\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) = \bigcap_{i \in I} g^{-1}(A_i)$$

$$g^{-1}(A^c) = g^{-1}(A)^c$$

Aufgabe 04

Zeigen Sie, dass die in Definition 2.1 der Vorlesung definierte Mengenfunktion P_g tatsächlich ein Wahrscheinlichkeitsmaß ist, falls g eine messbare Funktion ist.