

Wahrscheinlichkeitstheorie für Physiker

FSU Jena - WS 2008/2009 (Bsc)

Klausur

Dozent: W. Nagel

Ergebnisse, die in der Vorlesung oder Übung hergeleitet wurden, können bei entsprechendem Verweis verwendet werden, ohne dass sie noch einmal nachgewiesen werden.

Allerdings soll die Rechnung gut erkennbar und begründet sein!

Beim Ablesen aus der Tabelle können Sie auf Interpolation verzichten und runden.

Aufgabe 01 (9P)

Die Zufallsgrößen X_1, X_2 seien unabhängig und identisch standardnormalverteilt.

- (5P) Bestimmen Sie eine Verteilungsdichte der Zufallsgröße X_1^2 .
- (4P) Bestimmen Sie eine Verteilungsdichte der Zufallsgröße $S^2 = X_1^2 + X_2^2$.

Hinweis: Es kann eventuell nützlich sein, wenn Sie bei der Auswertung eines Integrals mit der Beta-Funktion arbeiten.

Aufgabe 02 (5P)

Die zufällige Anzahl X der pro Zeiteinheit zerfallenden Teilchen eines radioaktiven Materials sei Poisson-verteilt mit Parameter $\lambda > 0$. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein solcher Zerfall von einem Detektor registriert wird, sei $p \in (0, 1]$, wobei die Ereignisse *Zerfall eines Teilchens wird registriert* für unterschiedliche Teilchen stochastisch unabhängig seien. Zeigen Sie, dass die Verteilung der Anzahl der registrierten Zerfälle pro Zeiteinheit wieder eine Poissonverteilung ist und berechnen Sie den Parameter dieser Verteilung.

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Verteilung der Anzahl der registrierten Zerfälle unter der Bedingung, dass genau k Zerfälle vorliegen, $k \in \mathbb{N}_0$.

Aufgabe 03 (5P)

Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Summe der Augenzahlen von 5 Würfeln mit einem regelmäßigen Würfel.

Aufgabe 04 (6P)

Es soll eine feste Länge gemessen werden. Dabei wird angenommen, dass der fehlerbehaftete Messwert normalverteilt ist. Es sei bekannt, dass bei dem verwendeten Messgerät ein systematischer Fehler von -0.1 mm entsteht, d.h. dass der Erwartungswert des Messwertes um 0.1 mm kleiner als die wahre Länge ist. Bezüglich der Genauigkeit des Messgerätes sei bekannt, dass die Varianz der Messwerte 0.04 mm² beträgt.

Es werden 50 voneinander unabhängige Messungen derselben Länge durchgeführt. Bestimmen Sie mit Hilfe des Zentralen Grenzwertsatzes einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 50% der Messwerte über der wahren Länge liegen.

Gesamtpunktzahl: 25. Bestanden ab (einschließlich) 12.5 Punkten.