Wahrscheinlichkeitstheorie für Physiker

FSU Jena - WS 2007/2008

Klausur

Dozent: W. Nagel

Ergebnisse, die in der Vorlesung oder Übung hergeleitet wurden, können bei entsprechendem Verweis verwendet werden, ohne dass sie noch einmal nachgewiesen werden.
Allerdings soll die Rechnung gut erkennbar und begründet sein!
Beim Ablesen aus der Tabelle können Sie auf Interpolation verzichten und runden.

Aufgabe 01

Eine Zufallsgröße X ist Laplace-Verteilt mit dem Parameterpaar (λ, μ) wobei $\lambda > 0$ und $\mu \in \mathbb{R}$ wenn sie die Dichte

$$f(x) = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|x-\mu|}{\lambda}}\ ,\ x \in \mathbb{R}$$

besitzt.

a) Skizzieren Sie die Dichte, und markieren Sie dabei den Wert von μ

b) Welche Verteilung besitzt die Zufallsgröße $|X - \mu|$?

Aufgabe 02

Der Durchmesser eines auf einem Automaten hergestellten Zylinders sei normalverteilt mit Erwartungswert $\mu = 6$ mm und Standardabweichung $\sigma = 0.03$ mm.

a) Wieviel Prozent der Produktion sind Ausschuss, wenn der Durchmesser um höchstens ± 0.05 mm vom Erwartungswert abweichen darf?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 5 geprüften Zylindern mindestens 4 in Ordnung sind? Dabei soll angenommen werden, dass die Durchmesser der Zylinder voneinander unabhängig sind. (*Da keine Taschenrechner erlaubt sind, muss das Ergebnis nicht als Zahl angegeben werden. Aber es müssen die richtigen Zahlen in einer richtigen Formel eingesetzt sein*)

c) Auf einem anderen Automaten werden (unabhängig von dem ersten Automaten) Unterlegscheiben mit Löchern gestanzt. Der Durchmesser sei normalverteilt mit Erwartungswert $\mu_1 = 6.1$ mm und Standardabweichung $\sigma_1 = 0.04$ mm. Mit welcher Wahrscheinlichkeit passt ein auf dem Automaten hergestellter Zylinder (ohne dass vorher geprüft wird, ob ihr Durchmesser im Toleranzbereich liegt) in das Loch einer Unterlegscheibe vom anderen Automaten?

Aufgabe 03

In einer Urne befinden sich 5 Kugeln, zwei blaue und drei rote. Zwei Spieler ziehen abwechselnd ohne Zurücklegen. Wer zuerst eine blaue Kugel zieht, hat gewonnen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler gewinnt, der das Spiel beginnt? Geben Sie zunächst einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an.

Aufgabe 04

Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz des Maximums von n unabhängigen, auf $(0, 1)$ gleichverteilten Zufallsgrößen, $n \in \mathbb{N}$.