Spektraltheorie

FSU Jena - SS 2008

Übungsserie 02

Dr. Rainer Oloff

April 16, 2008

Aufgabe 02

Beweisen Sie für Zahlen $p, q > 1$ mit $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = 1$ und Zahlenfolgen $(\xi_n),\ (\eta_n)$ die Höldersche Ungleichung:

$$\sum_{k=1}^{\infty} |\xi_k \eta_k| \leq \left(\sum_{k=1}^{\infty} |\xi_k|^p \right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(\sum_{k=1}^{\infty} |\eta_k|^q \right)^{\frac{1}{q}}$$

Aufgabe 03

Beweisen Sie für eine Zahl $p > 1$ und Zahlenfolgen $(\xi_n),\ (\eta_n)$ die Minkowski ungleichung:

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} |\xi_k + \eta_k|^p \right)^{\frac{1}{p}} \leq \left(\sum_{k=1}^{\infty} |\xi_k|^p \right)^{\frac{1}{p}} + \left(\sum_{k=1}^{\infty} |\eta_k|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

Aufgabe 04

Beweisen Sie für Zahlen $q > p \geq 1$ und Zahlenfolge (ξ_n) die Ungleichung

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} |\xi_k|^q \right)^{\frac{1}{q}} \leq \left(\sum_{k=1}^{\infty} |\xi_k|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$