Übungen zur Relativistischen Physik

Wintersemester 2008/2009

Thema: Riemannsche Geometrie

Abgabetermin: Montag, 8. 12. 2008, vor der Vorlesung

Aufgabe 11

Gegeben sei das Linienelement

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1 - R/r} + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2) - (1 - R/r)c^2 dt^2,$$

wobei R eine positive Konstante ist. Berechnen Sie die Metrik g_{ik} in den neuen Koordinaten $(r,\, \vartheta,\, \varphi,\, v)$ mit

$$v = ct + r + R \ln \left| \frac{r}{R} - 1 \right|,$$

und bestimmen Sie auch die zugehörige inverse Matrix g^{ik}!

Aufgabe 12

(a) Zeigen Sie, daß man für jede Metrik durch eine Koordinatentransformation erreichen kann, daß sämtliche partiellen Ableitungen $\partial g_{ik}/\partial x^l$ in einem gegebenen Punkt P verschwinden!
(b) Zeigen Sie, daß man zusätzlich durch Koordinatentransformation erreichen kann, daß die Metrik im Punkt P Diagonalform annimmt!