

(32) Grundzustand des Wasserstoffatoms

5 P.

Betrachten Sie das Wasserstoffatom im Grundzustand. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich das Elektron im Innern einer Kugel mit dem Bohr-Radius a_0 ? Berechnen Sie die Erwartungswerte des Hamilton-Operators H und des Drehimpulses \vec{L} . Überprüfen Sie die Gültigkeit des Virialsatzes aus Aufgabe 18c.

(33) Angeregtes Wasserstoffatom

5 P.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinde sich das Elektron im Wasserstoffatom in einem Zustand, der durch die Wellenfunktion

$$\psi(\vec{r}, 0) = \mathcal{N}(4\varphi_{100}(\vec{r}) + 3\varphi_{211}(\vec{r}) - \varphi_{210}(\vec{r}) + 2\varphi_{21-1}(\vec{r}) + \sqrt{6}\varphi_{311}(\vec{r}))$$

beschrieben wird. Hierbei bezeichnen die $\varphi_{nml}(\vec{r})$ die normierten Wasserstoffeigenfunktionen zur Energie E_n .

- a) Berechnen Sie den Normierungsfaktor \mathcal{N} , und geben Sie die Wellenfunktion $\psi(\vec{r}, t)$ zu Zeiten $t > 0$ an.
- b) Wie lautet die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung an diesem Zustand die Ergebnisse $E = E_2$, $\vec{L}^2 = 2\hbar^2$ und $L_z = \hbar$ zu erhalten? Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeder der drei Werte bei einer individuellen Messung gefunden?
- c) Bestimmen Sie die Erwartungswerte der Energie (in Vielfachen der Grundzustandsenergie), von \vec{L}^2 und von L_z .