Übungen zur Quantenmechanik I – SS 2007 $\boxed{\text{H 12}}$

Abgabetermin: 17.07.07

(34) Normaler Zeeman-Effekt **5 P.**

Betrachten Sie ein Wasserstoffatom in einem konstanten homogenen Magnetfeld $\vec{B}$. Zeigen Sie, daß $\vec{B}$ durch das Vektorpotential $\vec{A} = \frac{1}{2}\vec{B} \times \vec{r}$ beschrieben wird, und bringen Sie den Hamilton-Operator aus Aufgabe 21 in die Form

$$H = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} - \frac{e^2}{r} + \frac{e}{2mc}\,\vec{B} \cdot \vec{L} + \frac{e^2}{2mc^2}\,\vec{A}^2 \ .$$

Für im Labor realisierbare Magnetfelder kann der letzte Term vernachlässigt werden. Bestimmen Sie unter dieser Einschränkung die Eigenzustände und Energieeigenwerte von H, wobei Sie o.B.d.A. $\vec{B} = B\vec{e}_z$ annehmen können. Wie lauten die Entartungsgrade der Energien? Skizzieren Sie die Energieniveaus, in die $E_{n=3}$ bei Anlegen des Magnetfeldes aufspaltet.

(35) Anharmonischer Oszillator **4 P.**

Der Hamilton-Operator des eindimensionalen Oszillators mit anharmonischen Korrekturen (λ, $\varrho > 0$) lautet

$$H = \frac{P^2}{2m} + \frac{1}{2}\,m\omega^2 X^2 + \lambda(X^3 + \varrho X^4) \ .$$

Berechnen Sie den Erwartungswert des Ortsoperators störungstheoretisch bis Ordnung λ.

(36) Potentialtopf mit Störung **3 P.**

Dem unendlich hohen Potentialtopf aus Aufgabe 7 sei eine Störung überlagert:

$$V(x) = \begin{cases} (2v_0/a)\,|x - a/2| & \text{für } 0 < x < a, \\ \infty & \text{sonst,} \end{cases}$$

wobei $v_0 > 0$. Berechnen Sie in erster Ordnung Störungstheorie die Änderung der Energieeigenwerte. (Es ist $2\sin^2 x = 1 - \cos(2x)$.)