

Übung zur Quantenmechanik I

Sommersemester 2008

Abgabetermin: 15.07.08

29. Grundzustand des Wasserstoffatoms (5 Punkte)

Betrachten Sie das Wasserstoffatom im Grundzustand. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich das Elektron im Inneren einer Kugel mit dem Bohrradius a_0 ? Berechnen Sie die Erwartungswerte des Hamiltonoperators H und des Drehimpulsoperators \mathbf{L} . Überprüfen Sie die Gültigkeit des Virialsatzes.

30. Angeregtes Wasserstoffatom (5 Punkte)

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinde sich das Elektron im Wasserstoffatom in einem Zustand, der durch die Wellenfunktion

$$\psi(0, \mathbf{r}) = N \left(4\varphi_{100}(\mathbf{r}) + 3\varphi_{211}(\mathbf{r}) - \varphi_{210}(\mathbf{r}) + 2\varphi_{21-1}(\mathbf{r}) + \sqrt{6}\varphi_{311}(\mathbf{r}) \right)$$

beschrieben werden. Hierbei bezeichnen die $\varphi_{nlm}(\mathbf{r})$ die normierten Wasserstoffeigenfunktionen zur Energie E_n .

- Berechnen Sie den Normierungsfaktor N und geben Sie die Wellenfunktion $\psi(t, \mathbf{r})$ zur Zeit $t > 0$ an.
- Wie lautet die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung an diesem Zustand die Ergebnisse $E = E_2$, $\mathbf{L}^2 = 2\hbar^2$ und $L_z = \hbar$ gleichzeitig zu erhalten? Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeder einzelne der drei Werte bei einer individuellen Messung gefunden?
- Bestimmen Sie die Erwartungswerte der Energie (in Vielfachen der Grundzustandsenergie), von \mathbf{L}^2 und von L_z .