

Übung zur Quantenmechanik I

Sommersemester 2008

Abgabetermin: 24.06.08

22. Spinoperator im Heisenbergbild (5 Punkte)

Wir betrachten den Spinoperator $\mathbf{S} = \mathbf{S}(t)$ im Heisenbergbild.

- Bestimmen Sie seine Zeitabhängigkeit in einem konstanten \mathbf{B} -Feld $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$.
- Gegeben sei nun eine Gesamtheit aus Spin-1/2-Teilchen, die zum Zeitpunkt $t = 0$ zu 25 Prozent aus Spins mit Erwartungswert $+\hbar/2$ von S_z bestehen und zu 75 Prozent aus Spins mit Erwartungswert $+\hbar/2$ von S_y . Bestimmen Sie die Erwartungswerte $\langle S_i \rangle$ für $t \geq 0$ unter Verwendung der Ergebnisse aus a).

23. Bewegungsgleichung und Bilder (6 Punkte)

Wir betrachten ein Teilchen in einem eindimensionalen harmonischen Oszillatorpotential $V(x) = m\omega x^2/2$.

- Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für die Operatoren $X_H(t)$ und $P_H(t)$ der Orts- bzw der Impulsvariablen im Heisenbergbild. Wie sehen $X_H(t)$ und $P_H(t)$ in der Ortsdarstellung aus?
- Wie sehen die Erwartungswerte der Orts- und Impulsvektoren zum Zeitpunkt t aus (Schrödinger- und Heisenbergbild sollen zum Zeitpunkt $t = 0$ zusammenfallen)?
- Berechnen Sie die Kommutatoren

$$[X_H(t_2), X_H(t_1)], [P_H(t_2), P_H(t_1)] \text{ und } [X_H(t_2), P_H(t_1)] .$$

- Das Ehrenfest-Theorem besagt, dass die quantenmechanischen Erwartungswerte im Wesentlichen die klassischen Hamiltonschen Bewegungsgleichungen erfüllen. Um diese genau zu erfüllen, muss aber gelten:

$$\langle \nabla V(X_H) \rangle = \nabla V(\langle X_H \rangle) .$$

Ist diese Bedingung für den harmonischen Oszillator erfüllt?