Übung zur Quantenmechanik I
Sommersemester 2008

Abgabetermin: 06.05.08

7. Zerlaufendes Wellenpaket (2 Punkte)

Betrachten Sie erneut das Wellenpacket $\psi(t,x)$ aus Aufgabe 5. Bestimmen Sie die Breite der Wahrscheinlichkeitsdichte $|\psi(t,x)|^2$ für Zeiten $t > 0$.

8. Entartung (3 Punkte)

Ist die Matrix

$$M = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & -i & i & 1 \\ i & 3 & 1 & -i \\ -i & 1 & 3 & i \\ 1 & i & -i & 3 \end{pmatrix}$$

hermitesch? Ist M zusätzlich auch selbstadjungiert? Bestimmen Sie ihre Eigenwerte und eine Orthogonalbasis von Eigenvektoren. Ein Eigenvektor kann proportional zu $(1, i, 0, 0)^T$ gewählt werden.

9. Projektoren (3 Punkte)

Die Vektoren $|e_1\rangle$, $|e_2\rangle$ und $|e_3\rangle$ mögen eine Orthonormalbasis eines dreidimensionalen Hilbert-Raumes bilden. Betrachten Sie die Vektoren

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|e_1\rangle - \frac{i}{2}|e_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|e_3\rangle, \qquad |\chi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|e_1\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}}|e_2\rangle \ .$$

Sind diese normiert? Bestimmen Sie die Matrixdarstellungen bezüglich der Basis $\{|e_i\rangle\}$ der Projektoren P_ψ und P_χ auf die jeweils von ψ und χ aufgespannten Unterräume. Der Projektor ist definiert durch $P_A = \frac{1}{\langle A|A\rangle}|A\rangle\langle A|$.