

Klausur Quantenmechanik, SS 2000

29.06.2000, 10.15 - 11.45 Uhr

- 1.) Leiten Sie die Kontinuitätsgleichung der Quantenmechanik und den daraus resultierenden Erhaltungssatz ab! Interpretieren Sie diesen Satz und die darin enthaltenen Größen!

5 Punkte

- 2.) Wie gewinnt man aus der Schrödinger-Gleichung die zeitfreie Schrödinger-Gleichung? Ist diese Ableitung immer möglich? Welche Zeitabhängigkeit zeichnet Energie-Eigenfunktionen aus?

3 Punkte

- 3.) Was ist ein vollständiger Satz kommutierender Observabler für das Wasserstoff-Atom? Wie sehen das Termschema und die Struktur der stationären Zustände aus? Ordnen Sie die auftretenden Quantenzahlen den Observablen zu und geben Sie deren Wertebereiche an! Diskutieren Sie die Entartung der Energie!

5 Punkte

- 4.) Der Hamiltonoperator \hat{H} des harmonischen Oszillators läßt sich durch die Stufenoperatoren \hat{a} und \hat{a}^\dagger darstellen:

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1/2), \quad [\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$$

Berechnen Sie den Kommutator von \hat{H} mit \hat{a} bzw. \hat{a}^\dagger und interpretieren Sie die Wirkung dieser Operatoren auf Energie-Eigenfunktionen!

Für den Drehimpuls \hat{L} mit $[\hat{L}_i, \hat{L}_j] = i\hbar \sum_k \epsilon_{ijk} \hat{L}_k$ definiert man:

$$\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y, \quad \hat{L}_- = \hat{L}_x - i\hat{L}_y$$

Sind \hat{L}_\pm hermitesch? Berechnen Sie den Kommutator dieser Operatoren mit \hat{L}^2 und \hat{L}_z und interpretieren Sie \hat{L}_+ und \hat{L}_- !

6 Punkte

- 5.) Berechnen Sie das Produkt der Unschärfen von \hat{x} und \hat{p} für den (schon normierten) Zustand

$$\psi(x) = \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/4} e^{-ax^2/2}$$

und vergleichen Sie mit der Heisenbergschen Unschärferelation für diese Observablen!

6 Punkte

6.) Berechnen Sie den gebundenen Zustand des δ -Potentials

$$U(x) = -U_0\delta(x)$$

mit $U_0 > 0$.

Ein Modell für einen doppelten Potentialtopf ist

$$U(x) = -U_0 (\delta(x - x_0) + \delta(x + x_0))$$

Wie werden hier die Wellenfunktionen der gebundenen Zustände aussehen? Diskutieren Sie in diesem Zusammenhang den Knotensatz! Wieviele gebundene Zustände erwarten Sie?

7 Punkte

7.) Zu berechnen sind Reflexions- und Transmissionskoeffizient der Barriere

$$U(x) = \begin{cases} U_0 > 0 & x > 0, \\ 0 & x < 0, \end{cases}$$

für $E > U_0$. Welcher typisch quantenmechanische Effekt tritt für $E \in (0, U_0)$ auf?

6 Punkte

Viel Erfolg!