Quantenmechanik II
FSU Jena - WS 2009/2010
Übungsserie 13 - Aufgabenstellung

Januar 28, 2009

Aufgabe 22

(a) Verifizieren Sie, dass die klassische relativistische Bewegungsgleichung für ein Teilchen der Ladung q im elektromagnetischen Feld,

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = q\left(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right); \quad m := \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}}, \quad \mathbf{v} := \dot{\mathbf{x}} := \frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

aus der Lagrange-Funktion

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} + q\mathbf{v}\mathbf{A} - q\Phi$$

mit $\mathbf{B} := \operatorname{rot} \mathbf{A}$, $\mathbf{E} := -\operatorname{grad} \Phi - \partial_t \mathbf{A}$ folgt!

(b) Bestimmen Sie die zugehörige Hamilton-Funktion!

(c) Diskutieren Sie den nichtrelativistischen Grenzfall $\|\mathbf{v}\| \ll c$!

Aufgabe 23

(a) Leiden Sie die Heisenbergsche Bewegungsgleichung für den Operator des kinetischen Impulses $\hat{\boldsymbol{\pi}} := \hat{\mathbf{p}} - q\mathbf{A}$ unter Verwendung des Hamilton-Operators der Dirac-Gleichung für ein Teilchen der Ladung q in einem äußeren elektromagnetischen Feld her!

(b) Zeigen Sie, dass die in der Vorlesung angegebene Beziehung

$$\hat{\boldsymbol{\pi}} = \frac{1}{2}\left(\hat{m}\hat{\mathbf{v}} + \hat{\mathbf{v}}\hat{m}\right)$$

gilt!