

Quantenmechanik II  
FSU Jena - WS 2009/2010  
Übungsserie 04 - Aufgabenstellung

November 15, 2009

---

**Aufgabe 07**

Konstruieren Sie  $4 \times 4$ -Matrizen zur Darstellung der Fermionenerzeugungs- und Vernichtungsoperatoren  $\hat{a}_0, \hat{a}_0^\dagger, \hat{a}_1, \hat{a}_1^\dagger$  für den Fall zweier Zustände unter Verwendung der Basisvektoren  $|n_0, n_1\rangle$  ( $|0, 0\rangle, |1, 0\rangle, |0, 1\rangle, |1, 1\rangle$ ). Überprüfen Sie damit, dass  $\hat{a}_0^\dagger$  bzw.  $\hat{a}_1^\dagger$  durch Adjungieren aus  $\hat{a}_0$  bzw.  $\hat{a}_1$  hervorgehen, sowie die in der Vorlesung angegebenen Vertauschungsrelationen.

**Aufgabe 08**

Leiten Sie die in der Vorlesung angegebenen Vertauschungsrelationen für die Operatoren  $\hat{\psi}(\xi)$  und  $\hat{\psi}^\dagger(\xi)$  aus denen der Operatoren  $\hat{a}_i$  und  $\hat{a}_i^\dagger$  her.

**Aufgabe 09**

Der Operator der Teilchenzahldichte für ein  $N$ -Teilchensystem ist definiert als

$$\hat{\rho}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_i) \quad ,$$

wobei  $\hat{\mathbf{x}}_i$  der Ortsoperator des  $i$ -ten Teilchens ist. Geben Sie für den Operator

$$\hat{N}_V := \int_V \hat{\rho}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x}$$

(Integration über ein gegebenes Raumgebiet  $V$ ) die möglichen Eigenwerte und Eigenvektoren im Falle  $N = 2$  (für Spin-0-Teilchen) an. Bestimmen Sie auch die jeweiligen Messwahrscheinlichkeiten aus der normierten Wellenfunktion  $\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ .