Quantenmechanik II
FSU Jena - WS 2009/2010
Übungsserie 01 - Lösungen

Stilianos Louca

November 4, 2009

Aufgabe 01

O.B.d.A. kommutiere A mit J_x, J_y. Dann gilt

$$AJ_z = \frac{1}{i\hbar} A [J_x, J_y] = \frac{1}{i\hbar} [AJ_xJ_y - AJ_yJ_x] = \frac{1}{i\hbar} [J_xJ_yA - J_yJ_xA] = \frac{1}{i\hbar} [J_x, J_y] A = J_zA$$

$\square$

Aufgabe 02

Gegeben sei irgendein vollständiges Orthonormalsystem $\{|\Psi_\alpha\rangle\}_{\alpha\in A}$ auf dem Hilbertraum $\mathcal{H}$, und der Vertauschungsoperator

$$P_{ij} \int\limits_{A^N} d\alpha_1 \dots d\alpha_N \; \Phi(\alpha_1, \dots, \underset{\substack{\uparrow \\ i}}{\alpha_i}, \dots, \underset{\substack{\uparrow \\ j}}{\alpha_j}, \dots, \alpha_N) \cdot |\Psi_{\alpha_1}\rangle \otimes \dots \otimes |\Psi_{\alpha_N}\rangle$$

$$:= \int\limits_{A^N} d\alpha_1 \dots d\alpha_N \; \Phi(\alpha_1, \dots, \underset{\substack{\uparrow \\ i}}{\alpha_j}, \dots, \underset{\substack{\uparrow \\ j}}{\alpha_i}, \dots, \alpha_N) \cdot |\Psi_{\alpha_1}\rangle \otimes \dots \otimes |\Psi_{\alpha_N}\rangle$$

auf $\bigotimes_{i=1}^{N} \mathcal{H} =: \mathcal{H}^N$. Ist nun $\Phi \neq 0$ ein Eigenvektor von P_{ij} zum Eigenwert λ, so muss wegen $P_{ij}^2 = 1$ gelten $P_{ij}^2 \Phi = \lambda^2 \Phi = \Phi$, sprich $\lambda = \pm 1$. $\square$