Quantenmechanik II
FSU Jena - WS 2009/2010
Klausur

15.02.2010

Aufgabe 01 (6P)

Geben Sie die normierten gemeinsamen Eigenvektoren (und die zugehörigen Eigenwerte) der Operatoren $\hat{\mathbf{S}}^2$ und $\hat{S}_z$ unter Verwendung einer Basis aus gemeinsamen Eigenvektoren von $\hat{S}_z^{(1)}$ und $\hat{S}_z^{(2)}$ an, wobei $\hat{\mathbf{S}} := \hat{\mathbf{S}}^{(1)} + \hat{\mathbf{S}}^{(2)}$ der Operator des Gesamtspins zweier Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen mit den Spin-Operatoren $\hat{\mathbf{S}}^{(1)}$ und $\hat{\mathbf{S}}^{(2)}$ ist!

Aufgabe 02 (6P)

(a) Erläutern Sie den Übergang vom Schrödinger-Bild ins Dirac-Bild (auch Wechselwirkungsbild genannt)!

(b) Wie kann man den Zustandsvektor im Dirac-Bild mit Hilfe der zeitabhängigen Störungsrechnung n-ter Ordnung berechnen? Unter welcher Voraussetzung liegt ein gutes Konvergenzverhalten vor?

Aufgabe 03 (4P)

(a) Geben Sie eine Form der Dirac-Gleichung für ein kräftefreies Teilchen der Ruhemasse m_0 an!

(b) Verallgemeinern Sie die Gleichung für den Fall, dass das Teilchen geladen ist (Ladung q) und sich in einem gegebenen orts- und zeitabhängigen elektromagnetischen Feld bewegt.

Aufgabe 04 (8P)

Überlegen Sie, wie man die Energie des Grundzustands eines Systems N identischer Spin-s-Teilchen ohne Wechselwirkung im Potential $V(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}^2$ bestimmen kann (A: positive Konstante)!

Geben Sie die Ergebnisse für $N = 10$ in Abhängigkeit von s explizit an!

Aufgabe 05 (6P)

Leiten Sie die WKB-Formel

$$\frac{1}{\hbar}\int_a^b \sqrt{2m(E - V(x))}\, dx = \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad , \quad n \in \mathbb{N}_0$$

zur Bestimmung der Energieniveaus $E = E_n$ eines Potentialtopfes (vgl. Abbildung) her!

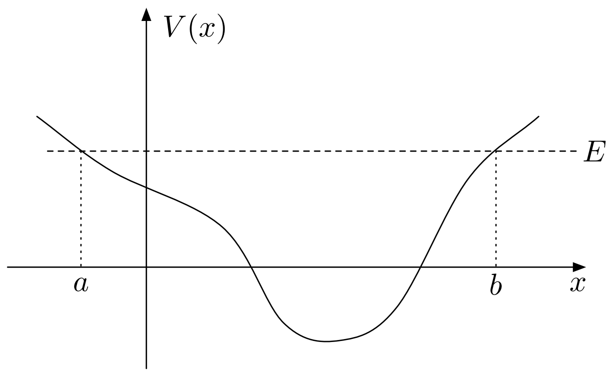

Figure 0.1: Zur Aufgabe 05: Energieniveaus im Potentialtopf.

Hinweis: Sie können die folgende Übertragungsvorschrift verwenden (Umkehrpunkt bei $x = x_0$):

$$\underset{[V(x) > E]}{\frac{C}{2\sqrt{|p|}} \exp\left\{ -\frac{1}{\hbar} \left| \int_{x_0}^{x} p(x')\, dx' \right| \right\}} \implies \underset{[V(x) < E]}{\frac{C}{\sqrt{p}} \cos\left\{ \frac{1}{\hbar} \left| \int_{x_0}^{x} p(x')\, dx' \right| - \frac{\pi}{4} \right\}}$$