

11. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG QUANTENFELDTHEORIE

Besprechung der Lösungen: in den Übungen der 13. Semesterwoche (06./08.07.2008)

Aufgabe 24:

(4 Punkte)

- (a) Betrachten Sie eine Grassmann-Algebra bestehend aus lediglich zwei Grassmann-Zahlen θ_1 und θ_2 mit der Eigenschaft

$$\theta_1^2 = 0, \quad \theta_2^2 = 0, \quad \{\theta_1, \theta_2\} = 0.$$

Zeigen Sie, dass die Kombinationen

$$\sigma_{\pm} = \frac{1}{2}(\theta_1 \pm i\theta_2)$$

eine Darstellung dieser Grassmann-Algebra z.B. mit $\theta_1 \rightarrow \sigma_-$ und $\theta_2 \rightarrow \sigma_+$ sind.

- (b) Überzeugen Sie sich, dass – unabhängig von der Darstellung – gilt:

$$\exp(\theta_1\theta_2) = \frac{1}{1 - \theta_1\theta_2} = 1 + \ln(1 + \theta_1\theta_2).$$

- (c) Wie lautet die Lösungsmenge x der Gleichung

$$x^2 = 1 + \theta_1\theta_2.$$

- (d)* Gegeben eine Grassmann-Algebra mit n Grassmann-Zahlen

$$\theta_i^2 = 0, \quad \{\theta_i, \theta_j\} = 0, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Wieviele linear unabhängige Elemente hat die Algebra?

* Zusatzaufgabe für Gewillte