

7. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG QUANTENFELDTHEORIE

Besprechung der Lösungen: in den Übungen der 8. Semesterwoche (01./03.06.2009)

Aufgabe 14: (5 Punkte)

Betrachten Sie ein reelles Skalarfeld, dass mit einer klassischen Quelle $J(x)$ wechselwirkt,

$$H = H_0 + \int d^d x J(t, \mathbf{x}) \phi_S(\mathbf{x}).$$

- (a) Machen Sie sich klar, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Quelle keine Teilchen erzeugt, gegeben ist durch ($D = d + 1$)

$$P(0) = \left| \langle 0 | T \left[\exp \left(-i \int d^D x J(x) \phi(x) \right) \right] | 0 \rangle \right|^2,$$

wobei $\phi(x)$ den Feldoperator im Wechselwirkungsbild bezeichnet.

- (b) Benutzen Sie das Wicksche Theorem, um zu zeigen, dass

$$P(0) = \exp(-\lambda), \quad \text{mit } \lambda = \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{1}{2E_{\mathbf{p}}} |J(\bar{p})|^2,$$

wobei $J(\bar{p})$ die Fourier-Transformierte von $J(x)$ ist, und $\bar{p}^\mu = (E_{\mathbf{p}}, \mathbf{p})$.

- (c) Zeigen Sie nun, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Quelle n Teilchen erzeugt, gegeben ist durch

$$P(n) = \frac{\lambda^n}{n!} \exp(-\lambda) \quad (\text{Poisson-Verteilung}).$$

(Hinweis: Beachten Sie, dass die Teilchen ununterscheidbar sind).

- (d) Zeigen Sie, dass die produzierte mittlere Teilchenzahl gegeben ist durch $\langle N \rangle = \lambda$.

Aufgabe 15: (3 Punkte)

Betrachten Sie ein reelles Skalarfeld mit Wechselwirkungs-Hamilton-Dichte

$$\mathcal{H}_I = \frac{g}{3!} \phi^3,$$

wobei g die Kopplungsstärke bezeichnet. Drücken Sie die S -Matrix dieser Theorie bis zur Ordnung g^2 mit Hilfe des Wickschen Theorems durch normalgeordnete Produkte und Wick-Kontraktionen aus. Zeichnen Sie die zugehörigen Feynman-Diagramme.

Aufgabe 16: (2 Punkte)

Überzeugen Sie sich am Beispiel eines wechselwirkenden Skalarfeldes davon, dass die Vakuum-Vakuum-Übergangsamplitude gegeben ist durch die exponentierte Summe von zusammenhängenden Feynman-Vakuumdiagrammen,

$$\langle 0 | T \exp \left(-i \int d^D x \mathcal{H}_I \right) | 0 \rangle = \exp \left(\sum (\text{zusammenhängende Vakuumdiagramme}) \right).$$