1. Übungsblatt zur Vorlesung Quantenfeldtheorie

Besprechung der Lösungen: in den Übungen der 2. Semesterwoche (20.04.2009)

Aufgabe 1: (2 Punkte)

Geben Sie Ihre Körpergröße in inversen GeV an.

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Zwei geerdete Leiteroberflächen ziehen einander allein vermöge ihrer Wechselwirkung mit den Vakuumfluktuationen des Strahlungsfeldes an. Leiten Sie die Abstandsabhängigkeit dieser *Casimir-Kraft* für zwei unendlich ausgedehnte, im Abstand a zueinander parallele Platten (perfekt leitend und geerdet) her. Benutzen Sie dafür rein dimensionelle Überlegungen und die Tatsache, dass es sich um einen relativistischen Quanteneffekt handelt. Betrachten Sie dazu die Kraft pro Flächeneinheit.

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Betrachten Sie die Greensche Funktionengleichung für den D-dimensionalen Euklidschen Laplace-Operator mit Masse m,

$$(-\partial^2 + m^2)G(x-x') = \delta^{(D)}(x-x'), \quad \partial^2 = \partial_\mu\partial_\mu, \quad \mu = 1,\ldots,D, \quad D > 2.$$

Bestimmen Sie die Greensche Funktion $G(x-x')$. Welche Form hat $G(x-x')$ im Limes $m \to 0$? Welches Verhalten ergibt sich für große Abstände $(x-x') \gg (1/m)$?

Hinweise:

(a) Führen Sie zunächst eine Fourier-Transformation durch und bestimmen Sie $\widetilde{G}(p)$ im Impulsraum.

(b) Verwenden Sie für die Fourier-Rücktransformation in den Ortsraum die “Eigenzeit”-Darstellung

$$\frac{1}{p^2+m^2} = \int_0^\infty dT\, e^{-(p^2+m^2)T}.$$

(c) Folgende Integraldarstellung der modifizierten Besselfunktion (MacDonald-Funktion) kann nützlich sein:

$$K_\nu(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{x}\right)^\nu \int_0^\infty dT\, T^{\nu-1}\, e^{-T-\frac{x^2}{4T}}, \quad K_\nu(x) = K_{-\nu}(x).$$

Diese hat folgendes asymptotische Verhalten:

$$K_\nu(x \gg 1) \simeq \sqrt{\frac{\pi}{2x}}\, e^{-x}, \quad K_\nu(x \ll 1) \simeq \frac{\Gamma(\nu)}{2}\left(\frac{2}{x}\right)^\nu.$$