

## 7. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG QUANTENFELDTHEORIE

Besprechung der Lösungen: in den Übungen der 8. Semesterwoche (03.06.2008)

**Aufgabe 16:**

(3 Punkte)

Dem Wickschen Theorem liegt eine Struktur zugrunde, wie sie auch bei einem Gaußschen Integral zu finden ist. Betrachten Sie dazu die "Vakuumerwartungswerte"

$$\langle x^{2n} \rangle := \int_{-\infty}^{\infty} dx x^{2n} e^{-\frac{1}{2}ax^2}, \quad a > 0, \quad n \in \mathbb{N}.$$

- (a) Berechnen Sie zunächst zur Kontrolle das Integral z.B. durch wiederholtes Ableiten des Gaußschen Integrals  $\int dx e^{\frac{1}{2}ax^2}$  nach  $a$ .
- (b) Betrachten Sie nun analog zum Wickschen Theorem das "Erzeugende Funktional"

$$Z(J) := \langle e^{Jx} \rangle$$

mit einer Quelle  $J \in \mathbb{R}$ . Lösen Sie das nun auftretende Integral durch quadratische Ergänzung und berechnen Sie die Vakuumerwartungswerte durch Differentiation nach der Quelle.

**Aufgabe 17:**

(3 Punkte)

Überzeugen Sie sich rein graphentheoretisch davon, dass die Zahl von geschlossenen Schleifen (loops)  $L$  eines zusammenhängenden Diagramms gegeben ist durch

$$L = I - V + 1$$

wobei  $I$  die Zahl der inneren Linien und  $V$  die Zahl der Vertizes bezeichnen. (Hinweis: beginnen Sie mit  $L = 0$ ).

**Aufgabe 18:**

(4 Punkte)

Betrachten Sie die  $\phi^3$  Theorie mit  $\mathcal{H}_1 = \frac{g}{3!}\phi^3$  und bestimmen Sie die Streuamplituden für

- (a) 2-nach-2 Streuung zur Ordnung  $g^2$  und
- (b) 2-nach-3 Streuung zur Ordnung  $g^3$ .