# 6. Übungsblatt zur Vorlesung Quantenfeldtheorie

Besprechung der Lösungen: in den Übungen der 7. Semesterwoche (27.05.2008)

**Aufgabe 13:** (5 Punkte)

Betrachten Sie ein reelles Skalarfeld, dass mit einer klassischen Quelle $J(x)$ wechselwirkt,

$$H = H_0 + \int d^d x J(t, \mathbf{x}) \phi_{\mathrm{S}}(\mathbf{x}).$$

(a) Machen Sie sich klar, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Quelle keine Teilchen erzeugt, gegeben ist durch ($D = d + 1$)

$$P(0) = \left| \langle 0 | T \left[ \exp\left( -i \int d^D x J(x) \phi(x) \right) \right] |0\rangle \right|^2,$$

wobei $\phi(x)$ den Feldoperator im Wechselwirkungsbild bezeichnet.

(b) Benutzen Sie das Wicksche Theorem, um zu zeigen, dass

$$P(0) = \exp(-\lambda), \quad \text{mit } \lambda = \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{1}{2E_{\mathbf{p}}} |J(\bar{p})|^2,$$

wobei $J(\bar{p})$ die Fourier-Transformierte von $J(x)$ ist, und $\bar{p}^\mu = (E_{\mathbf{p}}, \mathbf{p})$.

(c) Zeigen Sie nun, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Quelle $n$ Teilchen erzeugt, gegeben ist durch

$$P(n) = \frac{\lambda^n}{n!} \exp(-\lambda) \quad \text{(Poisson-Verteilung)}.$$

(Hinweis: Beachten Sie, dass die Teilchen ununterscheidbar sind).

(d) Zeigen Sie, dass die produzierte mittlere Teilchenzahl gegeben ist durch $\langle N \rangle = \lambda$.

**Aufgabe 14:** (3 Punkte)

Betrachten Sie ein reelles Skalarfeld mit Wechselwirkungs-Hamilton-Dichte

$$\mathcal{H}_{\mathrm{I}} = \frac{g}{3!} \phi^3,$$

wobei $g$ die Kopplungsstärke bezeichnet. Drücken Sie die $S$-Matrix dieser Theorie bis zur Ordnung $g^2$ mit Hilfe des Wickschen Theorems durch normalgeordnete Produkte und Wick-Kontraktionen aus. Zeichnen Sie die zugehörigen Feynman-Diagramme.

**Aufgabe 15:** (2 Punkte)

Überzeugen Sie sich am Beispiel eines wechselwirkenden Skalarfeldes davon, dass die Vakuum-Vakuum-Übergangsamplitude gegeben ist durch die exponentierte Summe von zusammenhängenden Feynman-Vakuumdiagrammen,

$$\langle 0 | \mathrm{T} \exp\left( -i \int d^D x \mathcal{H}_I \right) |0\rangle = \exp\left( \sum (\text{zusammenhängende Vakuumdiagramme}) \right).$$