

Physik der Materie I - Wintersemester 2007/2008

Übungsaufgaben

Für das 5. Seminar am 09.01.08 (Zyklus I) bzw. 16.01.08 (Zyklus II)

Abgabe: 20.12.07 (Zyklus I) bzw. 10.01.08 (Zyklus II) in der Vorlesung
(bitte Name, Zyklus und Seminarzeit angeben)

Thema: Bohrsches Atommodell, Spin-Bahn-Wechselwirkung, magnetisches Dipolmoment, Emission und Absorption von elektromagnetischen Wellen

11. Die Energie der Spin-Bahn-Wechselwirkung für ein Elektron der Masse m_e in einem Potential $V(r)$ ist gegeben durch

$$E_{\ell s} = \left\langle \frac{1}{2m_e^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \right\rangle_r \vec{\ell} \cdot \vec{s} = \left\langle \frac{\hbar^2}{4m_e^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \right\rangle_r (j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1))$$

wobei $\langle \rangle_r$ die Mittelung über r bedeutet.

Wir betrachten das Elektron im Wasserstoffatom in einem Zustand gegeben durch die Hauptquantenzahl $n=2$ und der dazu maximal möglichen Bahndrehimpulsquantenzahl ℓ . Das Elektron bewege sich auf einer Kreisbahn, deren Radius durch das Bohrsche Atommodell gegeben ist. Berechnen Sie die Wechselwirkungsenergien $E_{\ell s}$ (in eV) zu allen möglichen Zuständen hinsichtlich der Gesamtdrehimpulsquantenzahl j .

12. Ein Elektron mit Bahndrehimpulsquantenzahl $\ell=0$ befindet sich in einem Magnetfeld B . Die Energie der Wechselwirkung des magnetischen Dipolmoments des Elektrons mit dem Magnetfeld B ist gegeben durch

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad \text{mit} \quad \vec{\mu} = \frac{e}{2m_e} \vec{\ell} + \frac{e}{m_e} \vec{s}$$

Bestimmen Sie die diskreten Werte von E (in eV), die den verschiedenen Einstellmöglichkeiten des Spins zum Magnetfeld entsprechen. Der Betrag des Magnetfeldes sei $B = 0.6 \text{ T}$ ($T = \text{V s m}^{-2} = \text{kg s}^{-2} \text{ A}^{-1}$).

13. Berechnen Sie die Kraft (in N), die ein Elektron mit Bahndrehimpulsquantenzahl $\ell=0$ in einem inhomogenen Magnetfeld $dB/dz = 850 \text{ T/m}$ erfährt (B zeigt in z -Richtung).
14. Gegeben sei ein Zweiniveausystem mit den nicht entarteten Energien E_1 und E_2 ($E_2 > E_1$) und den zugehörigen Besetzungszahlen N_1 und N_2 . Durch Bestrahlung mit einer elektromagnetischen Welle der zu $E_2 - E_1$ entsprechenden Frequenz werden induzierte Absorption und Emission hervorgerufen. Außerdem tritt spontane Emission auf. Berechnen Sie für den stationären Fall (N_1 und N_2 sind zeitunabhängig) das Verhältnis

$$\frac{\Delta N}{N_t} = \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}.$$

Wie sieht das Ergebnis für die beiden Grenzfälle aus, wo die induzierte Absorption und Emission verschwindend klein oder sehr groß gegenüber der spontanen Emission sind?