Physik der Materie I - Wintersemester 2007

Übungsaufgaben

Für das 4. Seminar am 12.12.07 (Zyklus I) bzw. 19.12.07 (Zyklus II)
Abgabe: 06.12.07 (Zyklus I) bzw. 13.12.07 (Zyklus II) in der Vorlesung
(bitte Name, Zyklus und Seminarzeit angeben)

Thema: Schrödingergleichung, Wellenfunktion, Bohrsches Atommodell

8. Ein Teilchen mit der Masse m befinde sich in einem eindimensionalen Potentialtopf mit der Breite a = 0.7 nm und unendlich hohen Wänden (d.h. $V(x) = 0$ für $0 \leq x \leq a$ und $V(x) \to \infty$ sonst).
   a) Berechnen Sie die Energieeigenwerte. Verwenden Sie dafür die zeitfreie Schrödinger-Gleichung und den Ansatz $\varphi(x) = A \sin(\alpha x) + B \cos(\alpha x)$. Bestimmen Sie die Konstanten A und B sowie den Wert von α aus den entsprechenden Randbedingungen für φ.
   b) Wie groß ist der erste Energieeigenwert für ein Elektron bzw. für ein Proton?

9. Für den klassischen Grenzfall muß die Quantentheorie die gleichen Ergebnisse liefern, wie die betreffende klassische Theorie (Korrespondenzprinzip). Das heißt, die Quantentheorie muss für den Grenzfall großer Quantenzahlen asymptotisch in die klassische Theorie übergehen. Aus dieser Bedingung kann man die Hasenöhrlsche Quantisierungsbedingung

$$h(n + n_0) = \int \frac{dE}{\nu_{kl}(E)}$$

   ableiten. Dabei ist h das Plancksche Wirkungsquantum, n die Quantenzahl (mit n = 0, 1, 2, ...), E die Energie, ν_{kl} die klassische Frequenz der periodischen Bewegung und n_0 ist eine Integrationskonstante, die im Rahmen dieser korrespondenzmäßigen Quantentheorie nicht bestimmt werden kann.
   Berechnen Sie unter Verwendung der obigen Beziehung die quantenmechanischen Energieeigenwerte eines Teilchens der Masse m in einem eindimensionalen Potentialtopf mit einer Breite a und unendlich hohen Wänden (wie in Aufgabe 8).Bestimmen Sie die Integrationskonstante n_0 aus dem Vergleich mit dem Ergebnis von Aufgabe 8.
   Wie groß ist das Produkt aus a/2 (Maß für die Ortsunschärfe) und dem maximalen Impuls (Maß für die Impulsunschärfe) in Abhängigkeit von der Quantenzahl n? Vergleichen Sie mit der Heisenbergschen Unschärferelation.

10. Ein Myonenatom ist ein Atom, bei dem ein Elektron durch ein Myon ersetzt wird ($m_{Myon} = 207\ m_{Elektron}$). Bestimmen Sie die Bahnradien $r_{Myon,n}$ für das Myon unter der Annahme, daß dafür die Anwesenheit der Elektronen keine Rolle spielt. Verwenden Sie dazu das Kräftegleichgewicht von Zentral- und Coulombkraft, sowie die Annahme, daß nur die Bahnen erlaubt sind, deren Umfang die Ausbildung einer stehenden Welle ermöglicht. Da die Masse des Kerns m_K gegenüber der Masse des Myons m_{Myon} nicht mehr als unendlich groß betrachtet werden kann, ist anstelle der Bewegung des Myons die Bewegung der reduzierten Masse μ zu betrachten (dadurch wird die Bewegung des Kerns mit berücksichtigt).
   Wie groß ist bei einem Myonenatom mit einer Kernmasse m_K = 140 AME und einer Kernladungszahl $Z = 60$ der Bahnradius $r_{Myon,n}$ des Myons für $n = 1$? Vergleichen Sie diesen Wert mit dem Kernradius, der näherungsweise durch $R = R_0 A^{1/3}$ mit der Massenzahl A und $R_0 \approx 1.3$ fm gegeben ist. Warum ist die anfangs gemachte Annahme, dass die Anwesenheit der Elektronen keine Rolle spielt, gerechtfertigt?