Physik der Materie I
FSU Jena - WS 07/08
Serie 01 - Lösungen

Stilianos Louca

6. Januar 2008

Thema: Strahlung eines schwarzen Körpers, Fotoeffekt, Compton-Effekt

Aufgabe 01

Die bei einer Temperatur T pro Flächenelement F in alle Richtungen (Raumwinkel 2π) und Frequenzen abgestrahlte Leistung $\mathcal{P}$ ergibt sich aus der Integration der vorgegebenen Funktion:

$$\frac{\mathcal{P}}{F} = 2\pi \cdot \frac{h}{c^2} \cdot \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}\, d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \cdot \int_0^\infty \frac{\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right)^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \cdot d\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) = \underbrace{\frac{2\pi^5 k_B^4}{15 c^2 h^3}}_{\sigma} \cdot T^4$$

Dabei entspricht σ genau der Stefan-Bolzman Konstante.

Aufgabe 02

a) Die Fläche A des Fadens beträgt

$$A = l\pi d \approx 1.26 \cdot 10^{-4}\ m^2$$

Ist σ die Stefan-Bolzman Konstante so ergibt sich für den Faden mit dem Emissionsgrad $\varepsilon = 0.3$ eine gesamt-Strahlungsleistung P

$$P = \varepsilon A \cdot \sigma \left(T^4 - T_0^4\right)$$

wobei T seine Temperatur und T_0 die der Umgebung ist. Demzufolge ist

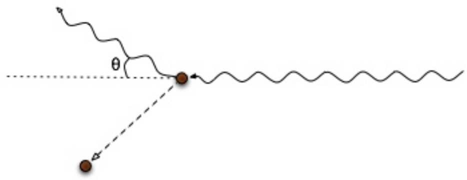
$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{\varepsilon A \sigma} + T_0^4} \approx 2.62 \cdot 10^3 K$$

b) Bei einem Emissionsgrad $\varepsilon = 1$ ergibt sich eine Temperatur

$$T \approx 1.94 \cdot 10^3 K$$

Aufgabe 03

Betrachten ein im Nullpunkt ruhendes Elektron e mit der Ruhemasse m_{0e}, der Ruheenergie $E_{0e} = m_{0e}c^2$ und dem Impuls $p_{0e} = 0$. Entlang der X Achse bewege sich ein Photon mit der Frequenz ν bzw. der Energie $E_{0p} = h\nu$ und den Impuls $p_{op} = \dfrac{h\nu}{c}$ auf das Elektron hinzu. Dabei wird das Photon um den Winkel ϑ gestreut.



Seien E_e und E_p jeweils die Energien nach dem Stoß. Sei außerdem ν' die neue Frequenz des Photons. Die neuen Geschwindigkeiten bzw. Impulse seien jeweils gegeben durch v_e und v_p bzw. p_e und p_p.

Energieerhaltung:

$$m_{0e}c^2 + h\nu = E_{0e} + E_{0p} = E_e + E_p = E_e + h\nu' \;\Rightarrow\; E_e^2 = \left(h\nu - h\nu' + m_{0e}c^2\right)^2$$

Energie-Impuls Satz: Der relativistische Impuls p_e ist gegeben durch $p_e = \frac{m_{0e}v_e}{\sqrt{1-\frac{v_e^2}{c^2}}}$. Die relativistische Masse ist gegeben durch $m_e = \frac{m_{0e}}{\sqrt{1-\frac{v_e^2}{c^2}}}$. Daraus folgt

$$E_e^2 = \left(m_e c^2\right)^2 = \left(m_{0e}c^2\right)^2 + \left(\frac{m_0 v_e c}{\sqrt{1-\frac{v_e^2}{c^2}}}\right)^2 = E_{0e}^2 + (p_e c)^2$$

Impulserhaltung: Aus der Abbildung abzulesen ist

$$p_e^2 = p_p^2 + p_{0p}^2 - 2p_{0p}p_p\cos\vartheta = \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h}{c}\right)^2 \cdot \nu\nu'\cos\vartheta$$

Kombiniert bekommt man für die Wellenlängenverschiebung $\Delta\lambda$

$$\underline{h^2\left(\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu'\right) + m_{0e}^2c^4 + 2h(\nu-\nu')m_{0e}c^2} = \left(h\nu - h\nu' + m_{0e}c^2\right)^2 = E_e^2 = E_{0e}^2 + (p_e c)^2$$

$$= m_{0e}^2c^4 + \left[\left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h}{c}\right)^2 \cdot \nu\nu'\cos\vartheta\right]\cdot c^2 = \underline{m_{0e}^2c^4 + h^2\cdot\left(\nu'^2 + \nu^2 - 2\nu\nu'\cos\vartheta\right)}$$

$$\Rightarrow\; h\nu\nu'(1-\cos\vartheta) = (\nu-\nu')m_{0e}c^2 \;\Rightarrow\; \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = c\cdot\frac{(\nu-\nu')}{\nu\nu'} = \frac{h(1-\cos\vartheta)}{m_{0e}c} \qquad \square$$