

Experimentalphysik III, Matrikel 2001, WS 2001/02

11. 2. 2002, 9.¹⁵ - 10.⁴⁵ Uhr Klausur

1. Betrachtet wird ein Elektron im Quantentopf, der durch das Potential $V(x)$ definiert ist.

$$V(x) = 0 \quad \text{für} \quad 0 \leq x \leq a \quad (\text{II})$$

$$V(x) = V_0 > 0 \quad \text{für} \quad x < 0 \quad \text{und} \quad x > a \quad (\text{I, III})$$

Das System kann durch die eindimensionale Schrödingergleichung

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x)) \right) \cdot u(x) = 0$$

beschrieben werden.

Verwenden Sie im Inneren des Topfes den Lösungsansatz $u_{II}(x) = C_2 \cdot \sin(kx + \delta)$ bzw. für

die Aussenbereiche $u_{I,III} = C_{1,3} e^{\pm \chi x}$ mit $\chi^2 = \frac{1}{\hbar^2} 2m(V_0 - E)$ sowie $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$

und bestimmen Sie die Parameter C_2 , k und δ aus den Übergangsbedingungen für den Grenzfall $V_0 \rightarrow \infty$, d.h. berechnen Sie dafür die Energieeigenwerte des Elektrons im Quantentopf und die normierte Zustandsfunktion $u_{II}(x)$.

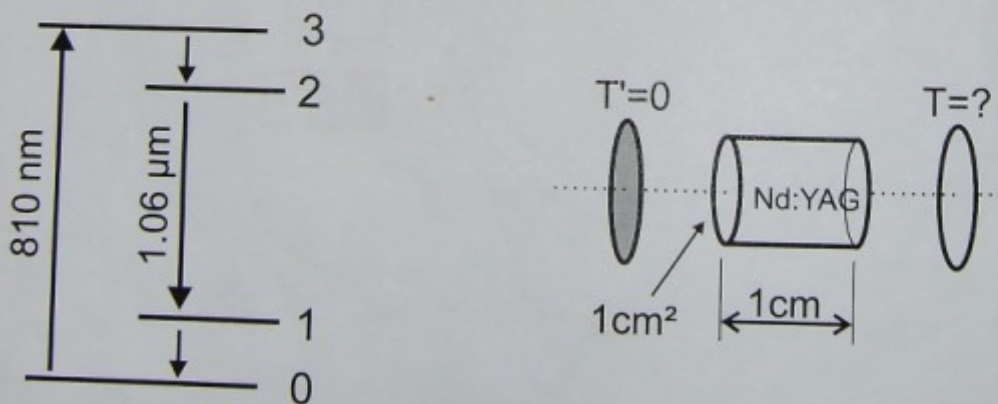
2. Durch die Entwicklung leistungsstarker Laser mit schmaler Linienbreite ist die Untersuchung hochangeregter Zustände in Atomen (Rydbergzustände) möglich geworden. Betrachten Sie ein ^{23}Na -Atom, bei dem sich das Valenzelektron in einem Zustand mit der Hauptquantenzahl $n = 100$ befindet.

a) Verwenden Sie zur Beschreibung das Bohr'sche Atommodell. Leiten Sie dessen Energieniveaus und Bahnradien her.

b) Berechnen Sie explizit Energie und Bahnradius für $n = 100$.

c) Wieviel Energie ist nötig, um das Atom ausgehend vom Zustand mit $n = 100$ zu ionisieren? (Hinweis: Betrachten Sie den Abstand zur Ionisationsgrenze).

3. Neodym-YAG-Laser sind die derzeit am häufigsten angewendeten Festkörperlaser. Als Lasermaterial dient ein mit Nd-Atomen dotierter YAG-Kristall (YAG = $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$), der eine Dichte von etwa 4.56 g/cm^3 hat.



Der Laserprozess beginnt damit, dass die Nd-Atome, die sich im Grundzustand 0 befinden, die von einer Laserdiode erzeugte Pumpstrahlung absorbieren (Laserwellenlänge 810 nm). Sie gelangen so in den elektronisch angeregten Zustand 3 und anschließend sehr rasch in das obere Laserniveau 2. Der Laserübergang erfolgt von dort in das untere Laserniveau 1, wobei Licht der Wellenlänge $1.06 \mu\text{m}$ emittiert wird. Nach einem sehr schnellen Übergang in den Grundzustand 0 stehen die Nd-Atome für eine erneute Anregung zur Verfügung.

- a) Die molare Masse von Nd beträgt $M_{Nd}=144$ g/mol. Berechnen Sie die Anzahl der Nd-Atome, die sich in einem zylindrischen Laserkristall mit 1cm^2 Grundfläche und 1cm Länge befinden, wenn der Nd-Anteil im Lasermaterial 1% (Massenprozent) beträgt.
- b) Die effektive Lebensdauer des oberen Laserniveaus in Nd:YAG beträgt $A_{21}^{-1} = 230 \mu\text{s}$ und die Bandbreite des Laserübergangs $\Delta\nu = 200$ GHz. Berechnen Sie den Wirkungsquerschnitt der stimulierten Emission. Benutzen Sie die näherungsweise geltende Beziehung

$$\sigma_{12} = \frac{A_{21} \cdot c^2}{4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot \Delta\nu} \quad (A_{21} \dots \text{Einstein-Koeffizient der spontanen Emission})$$

- c) Nehmen wir an, dass es für die Funktion des oben skizzierten Nd:YAG-Lasers notwendig ist, dass mindestens 1W der Pumpstrahlung der Laserdiode im Lasermaterial absorbiert wird (Laserschwelle). Wie hoch ist dann die Bruttoverstärkung des Systems? (keine Verluste berücksichtigen)
- d) Welchen Wert darf die Transmission T des Auskoppelspiegels unter den vorgegebenen Bedingungen keinesfalls überschreiten?

Zusatzaufgabe:

- e) Welchen Wirkungsgrad kann dieser Laser maximal erreichen?
4. In einem Speicherring laufen Myonen mit konstanter Energie um. Relativ zum Zähler ruhende Myonen (Ruhemasse $106\text{MeV}/c^2$) zerfallen mit einer Lebensdauer von $\tau = 2,2 \cdot 10^{-6}\text{s}$ in Elektronen und Neutrinos. Der Zähler neben dem Speicherring mißt, daß nach $t = 66 \cdot 10^{-6}\text{s}$ noch der $1/e$ -te Teil ($e \approx 2.22\dots$) der zur Zeit $t = 0$ in dem Speicherring injizierten Myonen vorhanden ist. Berechnen Sie die kinetischen Energie der Myonen im Speicherring!

