Sammlung typischer Klausuraufgaben zur Vorlesung „Grundkonzepte der Optik“
von Prof. Lederer

1) Der zeitliche Verlauf eines Lichtpulses ist durch ein

$$u(t) = \frac{u_0}{1+\left(\frac{t}{T}\right)^2}$$

gegeben. Man bestimme das Spektrum durch Residuenintegration.
(Kapitel 1)

2) Die im Metall induzierte Polarisation P wird im Zeitbereich durch folgende Bewegungsgleichung beschrieben:

$$\left[\frac{d^2}{dt^2} + g\frac{d}{dt}\right]P(t) = \varepsilon_0 \omega_P^2 E(t)$$

Warum sind Metalle für Frequenzen $\omega > \sqrt{\omega_P^2 - g^2}$ durchsichtig?
(Kapitel 2)

3) Ein gaußförmiger Strahl (Strahltaille in der Linsenebene)

$$u_0(x,y) = Ae^{-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}}$$

wird durch eine Sammellinse der Brennweite f fokussiert. In welchem Abstand von der Linse befindet sich die neue Strahltaille?
(Kapitel 2)

4) Ein Molekül besitzt für positive Frequenzen ($\omega > 0$) näherungsweise eine deltaförmige Absorptionslinie ($\mathrm{Im}[\chi(\omega)] = A\delta(\omega-\omega_0)$, wobei $\omega_0 > 0$ gilt).

a) Welcher Formel genügt der Imaginärteil der Suszeptibilität im gesamten Frequenzbereich $-\infty < \omega < \infty$?

b) Man berechne den zugehörigen Realteil der Suszeptibilität im gesamten Frequenzbereich!

(Kapitel 2)

5) Ein gaußförmiger Puls $u(t) = u_0 e^{-\frac{t^2}{T_0^2}} e^{-\omega_0 t}$ trifft auf ein absorbierendes Medium dessen Absorptionskoeffizienten um die Mittenfrequenz des Pulses durch $\alpha(\omega) \approx \alpha_0 - \alpha_1(\omega-\omega_0)^2$ approximiert werden kann und dessen Gruppengeschwindigkeitsdispersion D konstant ist.
(Hinweis: Verwenden Sie eine komplexe Ausbreitungskonstante $k(\omega) = k_R(\omega) + \frac{i}{2}\alpha(\omega)$)

a) Geben Sie das Frequenzspektrum des Pulses ($\left|u(\omega, z=0)^2\right|$) beim Eintritt in das absorbierende Medium an!

b) Wie hat sich das Spektrum $\left(\left|u(\omega, z=L)^2\right|\right)$ nach eine Ausbreitungslänge L verändert?
c) Welche zeitliche Breite $T(L)$ hat der Puls nach dem Durchgang durch das absorbierende Medium bei verschwindender Dispersion?
d) Welche zeitliche Breite $T(L)$ hat der Puls nach dem Durchgang durch das absorbierende Medium bei nichtverschwindender Dispersion?
(Kapitel 2)

6) Bestimmen Sie das Ortsfrequenzspektrum eines gaußförmiger Strahls (skalare Näherung) der Form $u_0(x, y) = Ae^{-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}}$!

Wie schmal darf der Strahl im Verhältnis zur Wellenlänge höchstens sein, dass noch die Hälfte seiner Feldenergie in Luft ($n = 1$) übertragen werden kann?

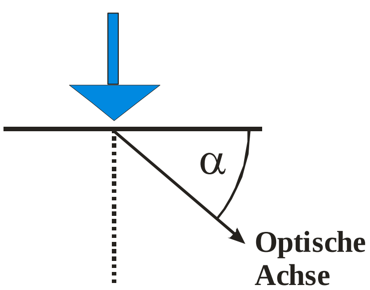
(Hinweis: Das Integral der Gaussfunktion $\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} e^{-x^2} dx$ werden als gegeben vorausgesetzt.)
(Kapitel 3)

7) Der Reflexionskoeffizient TE-polarisierten Lichtes an einer Grenzfläche lässt sich mit Hilfe der Formel $R_{TE} = (k_{xS} - k_{xC})/(k_{xS} + k_{xC})$ berechnen ($k_{xS/C}$: Komponente des Wellenzahlvektors senkrecht zur Grenzfläche im Substrat(S) bzw. Cladding(C)).

a) Unter welcher Bedingung tritt Totalreflexion an der Grenzfläche auf?
b) Welchen Phasensprung erleide das reflektierte elektrische Feld infolge der Totalreflexion?
(Kapitel 7)

8) In doppelbrechenden Kristallen wird das Auseinanderlaufen von ordentlichen und außerordentlichen Strahlen mit gleicher Richtung des k-Vektors zur Polarisierung von Licht verwendet. Gegeben sei ein einachsiger Kristall (Indizes n_e und n_o) der unter einem Winkel α zur optischen Achse geschnitten ist. Die Einstrahlung erfolge senkrecht auf die entstandene Grenzfläche (siehe Skizze).

a) Beobachtet man eine Strahlaufspaltung? Begründen Sie Ihre Antwort.
b) Man skizziere den Schnitt der Normalenfläche mit der Ebene, die durch den Wellenzahlvektor und die optische Achse aufgespannt wird, und gebe die zugehörigen Formeln zur Beschreibung der Kurven (Kurven 2ter Ordnung) an.
b) Wie und in welche Richtung sind die beiden entstehenden Strahlen polarisiert?
c) Geben Sie die Richtung der k-Vektoren und Poynting-Vektoren von ordentlichem und außerordentlichem Strahl im Kristall an (Winkel zwischen Vektoren und der optischen Achse)!
(Kapitel 6)



9) Gegeben sei ein symmetrischer Schichtwellenleiter (Dicke d, Substratindex $n_S = n_C$, Filmindex n_F) bei fester Frequenz ω_0.

a) Wie muss der Filmindex gewählt werden, damit mindestens eine TE Mode geführt wird?
b) In welchem Bereich liegt der effektive Index der geführten Mode?
c) Bis zu welcher Dicke ist der Wellenleiter bzgl. TE monomodig?
(Kapitel 7)

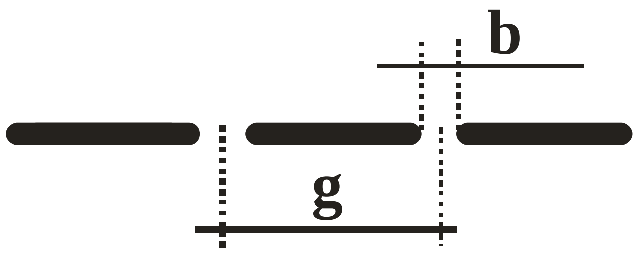
10) Die Gruppengeschwindigkeit eines Pulses in einer Glasfaser genügt näherungsweise folgender Formel:

$v_g(\omega) = [a + b(\omega - \omega_0)^2]^{-1}$ mit a=4833ps/m, b=0.05ps³/km, ω_0=1.444E15 s^{-1}

Man bestimme die Dispersionslänge eines gaußförmigen Pulses $u(t) = u_0 e^{-\frac{t^2}{T_0^2}}$ in Abhängigkeit von der Frequenz!
(Kapitel 2)

11) a) Ein hochfrequentes eindimensionales Gitter (Gitterperiode: g=λ/3, Wellenlänge λ) wird senkrecht mit einer ebenen monochromatischen Welle bestrahlt. Beschreiben Sie das Beugungsbild!
b) Eine eindimensionale Feldverteilung $u_0(x)$ sei bei z=0 gegeben, mit Strukturdetails, die wesentlich größer als die Wellenlänge sind. Man bestimme das Beugungsbild und verwende die einfachst mögliche Übertragungsfunktion im Fourierraum.
(Kapitel 2)

12) Welche Intensitätsverteilung wird im Fernfeld (Fraunhofer-Näherung) beobachtet, falls ein Doppelspalt (Spaltabstand: g, Spaltbreite: b) mit einer ebenen, monochromatischen Welle senkrecht bestrahlt wird. In welcher Entfernung zum Doppelspalt muss der Beobachter sich mindestens befinden, damit die Fraunhofer-Näherung zur Berechnung des Beugungsbildes angewendet werden darf?



(Kapitel 2)

13) Gibt es eine Feldkomponente in Ausbreitungsrichtung bei Oberflächenpolaritonen? Begründen Sie Ihre Antwort!

14) Berechnen Sie das Beugungsbildes eines Haares mit Durchmesser D, welches mit einer ebenen monochromatischen Welle beleuchtet wird unter Verwendung der Fraunhofer-Näherung.
(Kapitel 3)

15) Bestimmen Sie die ABCD Matrix für einen Strahl, welcher sich eine Entfernung von d_1 im freien Raum ausbreitet, anschließend von einer Linse mit f_1 fokussiert wird und sich dann im freien Raum um d_2 ausbreitet! Leiten Sie daraus das Linsengesetz

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

her. Mit g der Gegenstandsweite und b der Bildweite.
(Kapitel 2)

16) Betrachten Sie einen symmetrischen Resonator der aus 2 konkaven Spiegeln besteht mit dem Radius R besteht, welche in einem Abstand von d=3|R|/2 stehen. Nach wie vielen Resonatorumläufen reproduziert sich der Strahl unter der Annahme der paraxialen Approximation?

17) Ein Gausstrahl mit einer Wellenlänge von 800 nm hat einen gemessen Krümmungsradius in der Phasenfront von 3 m und der Strahldurchmesser beträgt 0.75 mm. Wie weit ist die Taille des Lasers vom Messpunkt entfernt?

18) Ein konfokaler instabiler Resonator kann aus a) 2 konkaven Spiegeln oder b) aus einem konkaven und einem konvexen Spiegel bestehen. Zeigen Sie, dass im Falle a) $g_1g_2<0$ (negativer Arm) und in b) $g_1g_2> 1$ (positiver Arm) ist. Zeigen Sie des weiteren, dass für alle instabilen konfokalen Resonatoren gilt $(2g_1-1)(2g_2-1)=1$!

19) Zur Diskussion der Suszeptibilität von Metallen wurde ein Drude Modell

$$\chi_D(\omega) = \frac{i\omega_P^2\tau^2}{\omega\tau(1-i\omega\tau)}$$

für die freien Elektronen angenommen, mit ω_P der Plasmafrequenz und τ der Kollisionszeit. In diesem Modell wurde der Beitrag der gebunden Elektronen zur Suszeptibilität vernachlässigt. Unter Berücksichtigung dieses Beitrages, können wir die Permitivität des Mediums schreiben als

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0(1+\chi_0+\chi_D(\omega))$$

wobei gilt, dass $|\chi_D(\omega)| >> \chi_0$ ist und die Permeabilität gegeben ist durch $\mu = \mu_0$.

a) Betrachten Sie eine ebene Welle, die sich durch das Metal ausbreitet und zeigen Sie, dass die Dispersonsbeziehung gegeben ist durch:

$$k^2 = \mu_0\varepsilon_0\omega^2(1+\chi_0+\chi_D(\omega))$$

ist.

b) Zeigen Sie, dass das Verhältnis der Amplitude zwischen dem B- und dem E-Feld gegeben ist durch:

$$\frac{B}{E} = \frac{k}{\omega} = \frac{\sqrt{1 + \chi_0 + \chi_D(\omega)}}{c}$$

20) Warum schillert eine Wasserpfütze mit Ölfilm in allen Farben?

21) Ein Schichtwellenleiter wird mit Licht der Wellenlänge 633nm betrieben und wird durch die folgenden Parameter beschrieben: n_s=1.5, n_f=1.55, n_c=1, d=4µm.

a) Nennen Sie Gründe warum sich der effektive Brechungsindex nEff der Wellenleitermoden von dem der Filmbrechzahl nf unterscheiden muss! Geben Sie das Intervall an, in dem die Neff der Moden des Wellenleiter liegen werden.

b) Berechnen Sie mit dem Näherungsmodell, das von idealen spiegelnden Grezflächen ausgeht, die effektiven Brechungsindices der ersten drei geführten Moden sowie deren Neigungswinkel zur optischen Achse, unter dem die das Modenfeld bildenden Zig-Zag-Wellen durch den Wellenleiter laufen.