

INSTITUT FÜR FESTKÖRPERTHEORIE UND -OPTIK  
 FRIEDRICH-SCHILLER-UNIVERSITÄT JENA  
**Übungen zur Vorlesung Grundkonzepte der Optik, SS 2008**  
**Übungsserie 3**  
**Dispersion**

1.) Gläser sind Materialien, welche charakterisiert sind durch Lorentzförmige Materialresonanzen im Infraroten und im UV; im sichtbaren Spektralbereich besitzen sie keine Resonanzen.

Unter der Annahme, dass die Dispersion durch zwei Resonanzen beschrieben werden kann, von denen eine im Infraroten- und eine im UV-Bereich liegt, finden Sie Approximationen für deren jeweiligen Beiträge zur Gesamtsuszeptibilität, welche als Funktion der Wellenlänge angegeben werden soll.

2.) Unter Annahme skalarer Größen wird die im Metall induzierte Polarisation  $P$  im Zeitbereich durch folgende Bewegungsgleichung beschrieben:

$$\left[ \frac{d^2}{dt^2} + g \frac{d}{dt} \right] P(t) = \epsilon_0 \omega_P^2 E(t).$$

Warum verhalten sich Metalle für Frequenzen  $\omega > \sqrt{\omega_P^2 - g^2}$  prinzipiell wie Gläser?

3.) In einen Material, dessen molekulare Dipole frei drehbar sind, ist die Energie eines einzelnen Dipols im lokalen elektrischen Feld

$$U_d = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}.$$

Das resultierende Dipolmoment pro Einheitsvolumen kann man aus dem statistischen Durchschnitt ermitteln, wobei die Gewichtungsfaktoren durch die Boltzmannsche Beziehung gegeben sind  $\exp\left(-\frac{U_d}{kT}\right)$ . Aus Symmetriegründen muss die Polarisationsrichtung parallel zur lokalen Feldrichtung sein. Wenn  $N$  die Anzahl der Dipole pro Einheitsvolumen und  $\vartheta$  der Winkel zwischen Dipolachse und Feld ist, ergibt sich für das statistische Mittel von  $\mathbf{p}$  ( $\hat{\mathbf{E}}$  - Einheitsvektor von  $\mathbf{E}$ ):

$$\mathbf{p} = \frac{\int_0^\pi \exp\left(-\frac{U_d}{kT}\right) p \cos(\vartheta) d\Omega}{\int_0^\pi \exp\left(-\frac{U_d}{kT}\right) d\Omega} \hat{\mathbf{E}}.$$

Führen Sie die Integration aus, um die resultierende Polarisation  $\mathbf{P}$  des Materials zu bestimmen.

**Abgabetermin:** Mittwoch, 07.05.2008, vor der Vorlesung