Grundkonzepte der Optik

FSU Jena - SS 2008

Klausur

Dozent: Prof. Falk Lederer

---

70 Punkte entsprechen voller Punktzahl

Aufgabe 01 (3P)

Eine rechts zirkular polarisierte ebene Welle wird an einer ebenen Grenzfläche (Medien mit den dielektrischen Funktionen $\varepsilon_1, \varepsilon_2$) partiell reflektiert. Diskutieren Sie den Polarisationszustand des reflektierten Lichtes für senkrechten Einfall.

Aufgabe 02 (21P)

1. Betrachten Sie eine ebene Grenzfläche in $x = 0$ zwischen zwei homogenen Medien mit den dielektrischen Funktionen: ε_1 und ε_2. An dieser Oberfläche können unter bestimmten Umständen geführte Oberflächenwellen existieren. Bestimmen Sie deren Existenzbedingungen und charakterisiere Sie die Felder. Gehen Sie dazu wie folgt vor:
   - Wählen Sie einen geeigneten Ansatz für die stetigen Felder $F(x)$ und $G(x)$. Beachten Sie die polarisationsabhängigen Koeffizienten.
   - Bestimmen Sie daraus die Bedingung, wann ein derartiger Zustand existieren kann und geben Sie die Dispersionsrelation dieser Eigenzustände an.
   - Geben Sie die Feldverteilung aller elektrischen und magnetischen Feldkomponenten an. (Skizze)

   Diese Vorgehensweise ist nicht zwingend einzuhalten

2. Spezialisieren Sie nun die in Teilaufgabe (1) erzielten Ergebnisse auf den Fall: Medium 1: Luft und Medium 2: absorptionsfreies Metall, dessen dielektrische Funktion durch die (verlustfreie) Drude-Formel beschrieben werden kann. Bestimmen Sie die Frequenz, für die die Wellenzahl k der geführten Oberflächenwelle divergiert.

Aufgabe 03 (11P)

Ein homogenes isottopes absorptionsfreies Medium besitze eine Suszeptibilität der Form

$$\chi(\omega) = \frac{\chi_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad , \quad \omega, \omega_0, \chi_0 > 0$$

1. Geben Sie die Struktur und Polarisation der Normalmoden und deren Dispersionsrelation $k(\omega)$ an. Wie sind der Wellenzahlvektor $\vec{k}$, der elektrische Feldvektor $\vec{E}$ und der magnetische Feldvektor $\vec{H}$ zueinander orientiert?
2. In welchem Frequenzbereich ist ungedämpfte Ausbreitung möglich?
3. Bei welcher Frequenz können longitudinale Wellen existieren?

Aufgabe 4 (11P)

Ein räumlich begrenzter Laserpuls wird während seiner Ausbreitung nicht nur gebeugt, sondern erfährt auch eine dispersive Verbreitung. Die räumlich-zeitlichen Fourierkomponenten des Feldes (Spektrum) entwickeln sich während der Ausbreitung in z-Richtung in folgender Art und Weise:

$$U(\alpha, \beta, \omega, z) = U_0(\alpha, \beta, \omega) \exp\left[i\sqrt{k^2(\omega) - \alpha^2 - \beta^2}z\right] \quad , \quad k^2(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega)$$

a) Man gebe die parabolische Näherung der Übertragungsfunktion im Frequenz- und Ortsfrequenzraum an. Wodurch ist $U_0(\alpha, \beta, \omega)$ bestimmt? Benennen Sie die Bedeutung der einzelnen Terme.

b) Welche Differentialgleichung würde im Originalraum in dieser parabolischen Näherung die Feldausbreitung beschreiben? Begründen Sie Ihre Antwort kurz - eine exakte Herleitung ist nicht erforderlich.

c) Wie muss das Spektrum aussehen damit sich im monochromatischen Fall das begrenzte Wellenfeld beugungsfrei ausbreitet (ohne Näherung)?

Aufgabe 05 (8P)

Eine Linse mit der Brennweite f befinde sich genau in der Taille eines gaussförmigen Strahles (Wellenlänge λ, Strahlbreite in der Taille w_0).

1. Auf welche Taillenbreite fokussiert sich der Strahl hinter der Linse?

2. Wie weit ist die neue Strahltaille von der Linse entfernt?

Die ABCD Matrix der Linse ist gegeben mit $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 06 (6P)

Auf einen optisch einachsigen Kristall (Brechzahl des ordentlichen Strahls: n_o, Brechzahl des außerordentlichen Strahls: n_e, positive Doppelbrechung: $n_e > n_o$) falle senkrecht zur Schnittebene des Kristalls eine ebene monochromatische Welle. Die optische Achse des Kristalls bilde mit dem Wellenzahlvektor einen Winkel α.

a) Man skizziere den Schnitt der Normalenfläche mit der Ebene, die durch den Wellenzahlvektor und die optische Achse aufgespannt wird und gebe die zugehörigen Gleichungen zur Beschreibung der Kurven (Flächen 2. Ordnung) an.

b) In welche Richtung zeigen die Poyntingvektoren des ordentlichen und außerordentlichen Strahls bezüglich der Normalenflächen?

Aufgabe 07 (9P)

Der Reflexionskoeffizient an einer Grenzfläche für TM-Polarisation lautet:

$$R_{TM} = \frac{k_{sx}\varepsilon_c - k_{cx}\varepsilon_s}{k_{sx}\varepsilon_c + k_{cx}\varepsilon_s}$$

Diskutieren Sie die drei auftretenden interessanten physikalischen Effekte. Geben Sie Bedingungen für die dielektrischen Funktionen an. Bestimmen Sie die jeweils dazugehörende Komponente des Wellenzahlvektors parallel zur Grenzfläche.

Aufgabe 08 (7P)

Gegeben sei ein symmetrischer Schichtwellenleiter (Dicke d, Substratindex $n = n_s = n_e$, Filmindex n_f) bei fester Frequenz ω_0, mit der Dispersionsrelation für die TE-polarisierte geführte Welle:

$$\tan(k_{fx}d) = \frac{2k_{fx}\mu_{sx}}{k_{fx}^2 - \mu_{sx}^2}$$

1. In welchem Bereich liegt der effektive Index der geführten Moden?

2. Bestimmen Sie die cut-off Dicke der Grundmode.

3. Bis zu welcher Dicke ist der Wellenleiter monomodig?

Aufgabe 09 (4P)

Die Dispersionsrelation eines 1D-Photonischen Kristalls ist durch folgende Gleichung gegeben:

$$\cos(K\Lambda) = \frac{M_{11} + M_{22}}{2}$$

mit der Periode Λ der Anordnung der Einheitszelle, dem Blochvektor K und den Hauptdiagonalelementen M_{11} und M_{22} der Transfermatrix einer beliebigen Einheitszelle. Welche Forderung muss gestellt werden, damit der Photonische Kristall als Braggspiegel genutzt werden kann? Wie sieht eine möglichst einfache Realisierung einer Einheitszelle eines solchen Kristalls aus?