

Übungen zur Mathematischen Biologie (WS 09/10)

Aufgabe 6: Untersuchen Sie das Verhalten zweier Populationen mit den Dichten x bzw. y , deren Wechselwirkung durch die beiden Differentialgleichungen

$$\begin{cases} \dot{x} = r_1 \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{K_1 + a \cdot y}\right) \\ \dot{y} = r_2 \cdot y \cdot \left(1 - \frac{y}{K_2 + b \cdot x}\right) \end{cases} \quad r_1, r_2, K_1, K_2, a, b > 0 ,$$

beschrieben wird!

- Interpretieren Sie den Modellansatz biologisch! Um was für eine Art von Wechselwirkung der beiden Populationen handelt es sich?
- Ermitteln Sie die Hauptisoklinen und skizzieren Sie qualitativ das Vektorfeld (Richtungen!) in den einzelnen entstehenden Bereichen! Bestimmen Sie alle Fixpunkte und ermitteln Sie deren Stabilität (und topologischen Charakter) mittels Linearisierung! Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der Trajektorien für die einzelnen Fälle! Könnte es geschlossene Bahnen geben?
- Wie hängen Ihre Ergebnisse von der Wahl der Parameter ab, d.h. welche typischen Verhaltensweisen gibt es überhaupt?

Anmerkung: Speziell im Fall der Existenz eines inneren Fixpunktes müssen Sie diesen Fixpunkt nicht explizit berechnen und in die Jacobi-Matrix einsetzen. Verwenden Sie statt dessen nur „implizit“ die Gleichungen, die ihn definieren, sowie die Eigenschaften $x^0 > 0$, $y^0 > 0$. Das macht die Umformungen wesentlich leichter.

Abgabe: Donnerstag, 10. 12. 09 (in der Vorlesung)

Besprechung: in der Übung (15. 12. 09)