

## Übungen zur Mathematischen Biologie (WS 09/10)

**Aufgabe 4:** Neben dem exponentiellen Abfall der Reproduktionsleistung (siehe Aufgabe 3), was auch als RICKER-Modell bezeichnet wird, gibt es häufig Ansätze mit einem Potenzgesetz, welches eine asymptotisch langsamere Abnahme des Pro-Kopf-Reproduktionsfaktors  $R(x)$  beschreibt (Modell nach SLATKIN/SMITH):

$$x_{k+1} = R(x_k) \cdot x_k \quad , \quad R(x) = R_m \cdot \frac{1}{(1 + a \cdot x)^b} \quad , \quad a > 0 \quad , \quad R_m > 0 \quad , \quad b \geq 0 \quad , \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- a) Skizzieren Sie sowohl  $R(x)$  als auch die gesamte rechte Seite  $F(x) = R(x) \cdot x$  für verschiedene Werte von  $b$  ( $< 1$ ,  $= 1$ ,  $> 1$ )! Kann man schon aus dem Verlauf des Graphen von  $F(x)$  Aussagen zur erwarteten Dynamik treffen?
- b) Berechnen Sie alle Fixpunkte und (durch Linearisierung) deren Stabilitätscharakter in Abhängigkeit von den Parametern  $R_m$  und  $b$ ! Skizzieren Sie alle Fixpunkt"zweige" als Funktion des („Verzweigungs“-)Parameters  $R_m$ !
- c) Diskutieren Sie Ihr Resultat: Wie hängt das Stabilitätsverhalten von  $b$  ab, für welche Werte von  $b$  kann allein durch Änderung von  $R_m$  noch keine Instabilität des nichttrivialen Fixpunktes auftreten? (Berechnen Sie dazu den Grenzwert von  $F'(x)$  für festes  $b$  und  $R_m \rightarrow \infty$  !)
- d) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit denen von Aufgabe 3! Gibt es wesentliche Unterschiede?

Abgabe: Donnerstag, 26. 11. 09 (in der Vorlesung)

Besprechung: in der Übung (1. 12. 09)