# Mathematische Übungen für Physiker : 1es Semester

FSU Jena - Winter 2006/2007

## **Thema 13:** Klausurvorbereitung

---

**Aufgabenkomplex 1: Gewöhnliche Differenzialgleichungen**

**Aufgabe 1:** Trennung der Variablen
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung

$$x + xy + y'(y + xy) = 0$$

durch Trennung der Variablen.

**Aufabe 2:** Variation der Konstanten
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung

$$y' \cos x - y \sin x = \sin 2x$$

durch Variation der Konstanten.

**Aufgabe 3:** Exakte Differenzialgleichungen

a) Entscheiden Sie, welche der beiden Differenzialgleichungen

$$(3x^2y - 4xy^2) + (x^3 - 4x^2y + 12y^3)y' = 0 \quad und \quad (x^2 - 3y^2) + 2xyy' = 0$$

exakt ist.

b) Bestimmen Sie für die nicht exakte Differenzialgleichung einen integrierenden Faktor $\lambda(x)$, der nur von der Variablen $x$ abhängt, und lösen Sie mit dessen Hilfe diese Differenzialgleichung.

**Aufgabe 4:** Inhomogene Differenzialgleichung 2. Ordnung
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung

$$y'' - 2my' + m^2y = \sin mx$$

mit konstanten Koeffizienten, indem Sie für die Partikulärlösung der inhomogenen Gleichung einen speziellen Ansatz machen.

**Aufgabenkomplex 2: Vektoranalysis**

**Aufgabe 5:** Kurvenintegral
Es sei $C$ die gerade Linie, die die Punkte $P_1(2,1,3)$ und $P_2(-4,6,8)$ verbindet. Berechnen Sie für das Vektorfeld $\vec{\Phi} = x\vec{i} - y\vec{j} + xy\vec{k}$ das Integral

$$\int_C \vec{\Phi} d\vec{r}$$

**Aufgabe 6:** GAUSSscher Satz
Es sei div$\vec{\Phi} > 0$ innerhalb der Einheitskugel $x^2+y^2+z^2 = 1$. Zeigen Sie, daß $\vec{\Phi}$ nicht überall tangential zur Kugeloberfläche sein kann.

**Aufgabe 7:** Rotation und Divergenz, STOKESscher und GAUSSscher Satz

a) Berechnen Sie für das Vektorfeld

$$\vec{\Phi} = (x^2 + y - 4)\vec{i} + 3xy\vec{j} + (2xz + z^2)\vec{k}$$

Rotation und Divergenz.

b) Berechnen Sie den Fluß des Vektors rot$\vec{\Phi}$ durch den oberhalb der $(x, y)$-Ebene liegenden Teil der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

c) Berechnen Sie den Fluß des Vektors $\vec{\Phi}$ durch die Oberfläche des im ersten Oktanten liegenden Einheitswürfels.

Hinweis: Lösen Sie die Teilaufgaben b) und c) gegebenfalls unter Verwendung der Integralsätze von STOKES und GAUSS auf möglichst einfache Weise.

**Aufgabe 8:** Potentialberechnung
Entscheiden Sie, welches der beiden Vektorfelder

$$\vec{\Phi}_1 = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k} \quad und \quad \vec{\Phi}_2 = (z^3 + 2xy)\vec{i} + x^2\vec{j} + 3xz^2\vec{k}$$

konservativ ist und berechnen Sie für das konservative Feld eine skalare Funktion $U(x, y, z)$, als deren Gradient dieses Feld darstellbar ist.