

Übung zu Mathematische Methoden der Physik Sommersemester 2009

Abgabetermin: 06.07.09

28. Untergruppen (2 Punkte)

Bestimmen Sie drei SU(2) Untergruppen der SU(3).

29. Translations-Operator (2 Punkte)

Der Translationsoperator $T(a)$ überführt $\psi(x)$ in $\psi(x+a)$ via

$$T(a)\psi(x) = \psi(x+a) .$$

Zeigen Sie für den linearen Impulsoperator $p_x = -i\frac{d}{dx}$, dass $T(a) = e^{iap_x}$ ist.

30. Euler-Winkel (5 Punkte)

Betrachten Sie die allgemeine Form eines SU(2) Elements

$$U_2(\xi, \eta, \zeta) = \begin{pmatrix} e^{i\xi} \cos \eta & e^{i\zeta} \sin \eta \\ -e^{-i\zeta} \sin \eta & e^{-i\xi} \cos \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta^* & \alpha^* \end{pmatrix}$$

die aus den drei Euler-Rotationen

1. eine Rotation von $a/2$ um die z-Achse
2. eine Rotation von $b/2$ um die neue x-Achse
3. eine Rotation von $c/2$ um die neue z-Achse .

erstellt werden kann (jeweils gegen den Urzeigersinn). Benutzen Sie die Pauli Matrizen σ um zu zeigen, dass die Winkel gegeben sind durch

$$\begin{aligned} a &= \xi - \zeta + \pi/2 \\ b &= 2\eta \\ c &= \xi + \zeta - \pi/2 . \end{aligned}$$