Übung zu Mathematische Methoden der Physik
Sommersemester 2009

Abgabetermin: 29.06.09

23. (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass eine orthogonale $n \times n$ Matrix $n(n-1)/2$ unabhängige Einträge besitzt.

24. (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass eine unitäre $n \times n$ Matrix n^2 unabhängige Einträge (Parameter) besitzt.

25. (3 Punkte)

Die Gruppe SL(2) besteht aus 2×2 Matrizen mit komplexen Einträgen. Die Determinante ist $+1$. Zeigen Sie, dass solche Matrizen eine Gruppe bilden.

26. (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Rotationen um die z-Achse eine Untergruppe der SO(3) bilden. Ist diese Untergruppe invariant?

27. (4 Punkte)

Zeigen Sie: Sind R, S, T elemente der Gruppe G mit $RS = T$ und $R \to r_{ij}$, $S \to s_{ij}$ sind jeweils eine Darstellung mit

$$R\psi_i = \sum_j r_{ij}\psi_j \ , \tag{1}$$

dann gilt

$$(r_{ij})(s_{ij}) = \left(t_{ik} = \sum_n r_{in}s_{nk} \right) \ . \tag{2}$$

D.h., die Gruppenmultiplikation ist eine Matrixmultiplikation für jede Gruppendarstellung.