Übung zu Mathematische Methoden der Physik
Sommersemester 2009

Abgabetermin: 15.06.09

20. Green Funktion I (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass

$$G(x,t) = \begin{cases} x & \text{für} \quad 0 \leq x < t \\ t & \text{für} \quad t < x \leq 1 \end{cases}$$

die Green Funktion für den Operator $\mathcal{L} = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}$ mit den Randbedingungen $y(0) = y'(1) = 0$ ist.

21. Green Funktion II (4 Punkte)

Konstruieren Sie die eindimensionale Greens Funktion für die modifizierte Helmholzgleichung

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} - k^2 \right) \psi(x) = f(x) \ .$$

Die Greens Funktion soll für $x \to \pm\infty$ verschwinden.

22. Green Funktion III (3 Punkte)

Im Falle komplexe Eigenfunktionen der Schrödingergleichung verändert sich die Orthogonalitätsbedingung zu

$$\int_a^b \varphi_i^*(x)\varphi_j(x)w(x)\ \mathrm{d}x = \delta_{ij}$$

und es gilt

$$\delta(r_1 - r_2) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(r_1)\varphi_n^*(r_2) \ .$$

Zeigen Sie, dass sich die Green Funktion zu

$$G(r_1, r_2) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n(r_1)\varphi_n^*(r_2)}{k_n^2 - k^2} = G^*(r_2, r_1)$$

verändert.