

# Übung zu Mathematische Methoden der Physik Sommersemester 2009

Abgabetermin: 27.04.09

## 1. Lineare Operatoren (4 Punkte)

Gegeben sei ein linearer Operator

$$\mathcal{L} = a \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2}{\partial y^2} ,$$

mit der charakteristischen Gleichung  $\mathcal{L}\psi = 0$ .

Zeige Sie, dass der Differential-Operator  $\mathcal{L}$  in kanonischen Koordinaten in eine kanonische Form überführt werden kann.

## 2. Korteweg - deVries Gleichung (4 Punkte)

Gegeben sei die Korteweg - deVries Gleichung

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} = 0 .$$

Integrieren sie diese Gleichung direkt, wobei angenommen werden kann, dass die Lösung eine sich bewegendes Welle mit  $\psi(\chi = x - ct)$  ist.

## 3. Schwingkreis (2 Punkte)

Bei einem Schwingkreis gilt die Gleichung

$$R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0 .$$

Berechnen Sie  $I(t)$  für konstante  $R$  und  $C$ .

## 4. Radioaktiver Zerfall (3 Punkte)

Für den Zerfall von radioaktiven Stoffen gilt

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N ,$$

wobei  $N$  die Konzentration und  $\lambda$  die Zerfallskonstante ist. In einer Serie von  $n$  radioaktiven Stoffen, in der  $N_1$  der Ausgangsstoff ist, gilt

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} &= \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 , \text{ usw.} \end{aligned}$$

Berechnen Sie  $N_2(t)$  für die Anfangsbedingung  $N_1(0) = N_0$  und  $N_2(0) = 0$ .