# Mathematische Methoden der klassischen Mechanik

## FSU Jena - WS 2008/2009

## Übungsserie 04

26. November, 2008

---

### Aufgabe 01

Sei $F$ die Oberfläche des Körpers

$$M := \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4,\ 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\right\}$$

und $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ das Vektorfeld definiert (in Standart-Koordinaten) durch:

$$A(x, y, z) := (x + y, y + z, x + z)$$

und die Normale auf $F$ sei nach außen gerichtet. Berechnen Sie das Integral von $A$ über $F$ mit Hilfe des Satzes von Stokes.

### Aufgabe 02

Sei $\partial F$ der Rand der Fläche

$$F := \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - 2z = 0,\ z \leq 2\right\}$$

, $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ das Vektorfeld definiert durch

$$A(x, y, z) := \left(3y, -xz, yz^2\right)$$

und $\partial F$ werde im Urzeigersinn durchgelaufen, wenn man in die Richtung der Flächennormale blickt. Berechnen Sie das Integral von $A$ entlang $\partial F$.

### Aufgabe 03

a) Sei $\omega \in \Lambda^1 S^2$ eine 1-Form auf der Sphäre $S^2$, so dass $d\omega = 0$. Zeigen Sie: Für jede geschlossene Kurve $\gamma : S^1 \to S^2$ gilt

$$\int_{(S^1, \gamma, \mathrm{std})} \omega^1 = 0$$

b) Finden Sie eine 1-Form $\omega$ auf dem Torus $T^2$ so dass $d\omega = 0$ und eine geschlossene Kurve $\gamma : S^1 \to S^2$ so dass

$$\int_{(S^1, \gamma, \mathrm{std})} \omega \neq 0$$

**Bemerke:** Daraus folgt insbesondere, dass der Torus nicht zur Sphäre diffeomorph ist.