

Übungen zur Magnetohydrodynamik

Sommersemester 2011

Thema: Dynamoeffekt (3)

Termin: Dienstag, 5. 7. 2011

Aufgabe 11

Das Ergebnis von Aufgabe 10 lautete

$$A_+ A_- = \frac{i}{2} \Omega_0 \tau_0 (A_+ - A_-)$$

mit

$$A_{\pm} = q \frac{I'_{m\pm 1}(q)}{I_{m\pm 1}(q)} - s \frac{K'_{m\pm 1}(s)}{K_{m\pm 1}(s)}$$

und

$$q^2 = k^2 R^2 + \gamma \tau_0 + i(m\Omega_0 - ku_0)\tau_0, \quad s^2 = k^2 R^2 + \gamma \tau_0, \quad \tau_0 = \mu\sigma R^2,$$

$$\operatorname{Re} q > 0, \quad \operatorname{Re} s > 0.$$

(a) Bestimmen und diskutieren Sie die Bedingung für Dynamowirkung ($\operatorname{Re} \gamma > 0$) unter den beiden zusätzlichen Voraussetzungen $kR \gg 1$ und $k^2 R^2 \gg \tau_0 |m\Omega_0 - ku_0|$!

Hinweis: Sie können Gebrauch von den asymptotischen Formeln

$$I_{\nu}(z) = \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left(1 - \frac{4\nu^2 - 1}{8z} + \mathcal{O}(z^{-2}) \right),$$

$$K_{\nu}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left(1 + \frac{4\nu^2 - 1}{8z} + \mathcal{O}(z^{-2}) \right)$$

($|z| \gg 1, \operatorname{Re} z > 0$) machen.

(b) Bestimmen Sie mittels numerischer Auswertung der oben angegebenen Dispersionsrelation den für eine Dynamowirkung erforderlichen Mindestwert der magnetischen Reynoldszahl

$$R_m = \mu\sigma R \sqrt{u_0^2 + \Omega_0^2 R^2} !$$