

Übungen zur Magnetohydrodynamik

Sommersemester 2011

Thema: Dynamoeffekt

Termin: Dienstag, 7. 6. 2011

Aufgabe 9

Reduzieren Sie die Induktionsgleichung

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B}) - \frac{1}{\mu\sigma} \text{rot rot } \vec{B}$$

($\mu = \text{const.}$, $\sigma = \text{const.}$) für ein Geschwindigkeitsfeld

$$\vec{v} = \Omega(\varrho)\varrho \vec{e}_\varphi + u(\varrho) \vec{e}_z$$

(ϱ, φ, z Zylinderkoordinaten) mit Hilfe des Ansatzes

$$\vec{B}(\varrho, \varphi, z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{b}(\varrho) e^{i(m\varphi - kz) + \gamma t} \right\}$$

mit $\vec{b} \in \mathbb{C}^3$

(m eine ganze Zahl, k eine von Null verschiedene reelle Konstante und γ eine komplexe Konstante) auf ein System zweier gewöhnlicher Differentialgleichungen für die Komponenten $b_\varrho(\varrho)$ und $b_\varphi(\varrho)$ von $\vec{b} = (b_\varrho, b_\varphi, b_z)$!

Hinweis: Die Komponente $b_z(\varrho)$ kann mit Hilfe der Gleichung $\text{div } \vec{B} = 0$ eliminiert werden.