2. Übungsserie zur Vorlesung
„Lineare Algebra und Analytische Geometrie II“

Sommersemester 2008, Prof. V. Matveev

Aufgabe 1 (*4 Punkte*)

Beweisen Sie die Folgerung aus der Vorlesung: „Liegt $a \in \mathbb{R}$ in einer iterierten quadratischen Erweiterung von $\mathbb{Q}$, so ist a konstruierbar.“

Aufgabe 2 (*2+2 Punkte*)

(a) Sei F eine Menge von Unterkörpern eines Körpers $\mathbb{K}$. Zeigen Sie, daß deren Schnitt $\bigcap_{\mathbb{F}\in F} \mathbb{F}$ wiederum ein Unterkörper von $\mathbb{K}$ ist.

Definition: Ist M eine Teilmenge von $\mathbb{K}$, so nennt man den Schnitt aller Unterkörper von $\mathbb{K}$, welche M enthalten, den von M in $\mathbb{K}$ erzeugten Unterkörper.

(b) Man bestimme den von $\{\sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ in $\mathbb{R}$ erzeugten Unterkörper $\mathbb{L}$. Zeigen Sie zunächst, daß $\mathbb{Q} \subset \mathbb{L}$ und bestimmen Sie die Dimension von $\mathbb{L}$ über $\mathbb{Q}$.

Aufgabe 3 (*2+2 Punkte*)

Welche der folgenden beiden Konstruktionsaufgaben sind mit Zirkel und Lineal lösbar? Beweisen Sie Ihre Antworten!

(a) Man teile eine gegebene Strecke so, dass sich die kleinere Teilstrecke zur größeren so wie die größere zur Gesamtstrecke verhält.

(b) Die „Kugelmachung des Würfels“: Zu einem Würfel gegebener Seitenlänge konstruiere man den Radius einer Kugel gleichen Volumens.

Anmerkung: Anlässlich der Koalitionsgespräche im Jahre 2005 bemerkte die jetzige Bundeskanzlerin:

> „Dies ist eine Aufgabe, die mindestens die Quadratur des Kreises, wenn nicht die Kugelmachung des Würfels, bedeutet.“

Was meinen Sie dazu?

Aufgabe 4 (*2+2 Punkte*)

Wir betrachten ein gleichschenkliges Dreieck, in dem eine der Winkelhalbierenden die gleiche Länge besitzt wie jeder der beiden Schenkel.

(a) Zeigen Sie, dass ein solches Dreieck existiert. Ist es eindeutig bestimmt?

(b) Beweisen Sie, dass es nicht mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist.

Abgabe: Montag, 28. April *vor* der Vorlesung. Bitte beschriften Sie Ihre Lösungen mit Name und Matrikelnummer.

Diese Übungsblätter sowie die Bewertungen Ihrer Lösungen finden Sie im Netz unter `http://caj.informatik.uni-jena.de`.